ProbTopo

Paralelo a la vía del tren Topo (San Sebastián - Hendaya) hay un camino por el que van los peatones A y B en el mismo sentido que el tren circula en tal ocasión. Entre ellos dos hay la distancia inicial AB; las velocidades de los tres móviles son siempre constantes. Ver la Fig. 1 (en las figuras no se muestran los subíndices como tales).

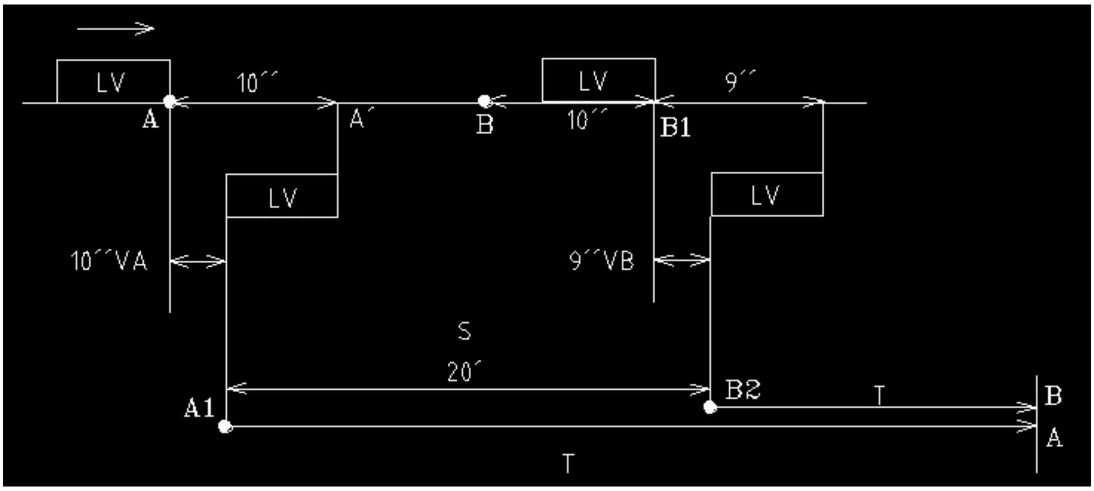

Fig. 1

El tren alcanza primero a A (la cabeza de la locomotora se sitúa a la altura de A); la cola del tren deja atrás a A cuando su cabeza está en A´; de A a A´ el tren ha empleado10” (los mismos que A ha tardado en ir de A a A_1 donde es rebasado por el tren).

El tren continúa su marcha y desde que deja atrás a A_1 (con su cabeza en A´) hasta que deja atrás a B_2 transcurren 20´.

Lo que ocurre cuando el tren alcanza y sobrepasa a B es semejante a lo referido para A. La diferencia es que ahora hablamos de 9” en vez de los 10” de antes: B es más lento que A.

PREGUNTAS

1, con dos soluciones alternativas: ¿Cómo llaman al maquinista?

2-Situando a los dos peatones, respectivamente, en la posición en que ambos fueron superados por el tren, averiguar el tiempo T que transcurrirá hasta que A alcance a B.

SOLUCIONES

1_1 : Por teléfono.

1_2 : X = Desconocido = Ignoto = Ignatio = Ignacio = Iñaqui = Iñaqui el del Topo.

2: Sea el tren de longitud L metros y velocidad V = 50 Km / h, y los peatones A y B de velocidades respectivas V_A = 6 Km / h y V_B. La Fig. 1 representa la situación superponiendo los dos planos de espacio / velocidad, y tiempo / velocidad con la posición inicial de A y B (cuando el tren alcanza a A y, luego a B).

Los peatones están representados por puntos. El que representa al tren coincide con la posición del maquinista que ve cuándo empieza su adelantamiento; el final de éste lo aprecia atento al retrovisor.

Es evidente que si el tren, a su velocidad constante V adelanta a B en menos tiempo que a A, es porque B es más lento que A: $V_B < V_A$. La relación exacta entre estas velocidades, en función de V, viene dada, más abajo, por (1).

Cuando se trata de tiempo en segundos los guarismos correspondientes se acompañan de " a fin de mantener homogénea la ecuación de dimensiones. Análogamente con los minutos ´.
$L + 10'' V_A = 10'' V$
$L + 9'' V_B = 9'' V$

Restando:
$10'' V_A - 9'' V_B = 1'' V$
Como los segundos están en todos los términos de la igualdad, podemos simplificar:

$10\ V_A - 9\ V_B = V$

Ya se ve la condición de que $V < 10\ V_A$ para que todas las velocidades sean positivas. Cosa que se cumple en el enunciado al ser V = 50 Km / h y V_A = 6 Km / h). Aplicando ya estos valores, tendremos:

$60 - 9\ V_B = 50$

(1) $V_B = 10 / 9 = 1{,}11$ Km / h

$V_A - V_B = 6 - 1{,}11 = 4{,}88$ Km / h

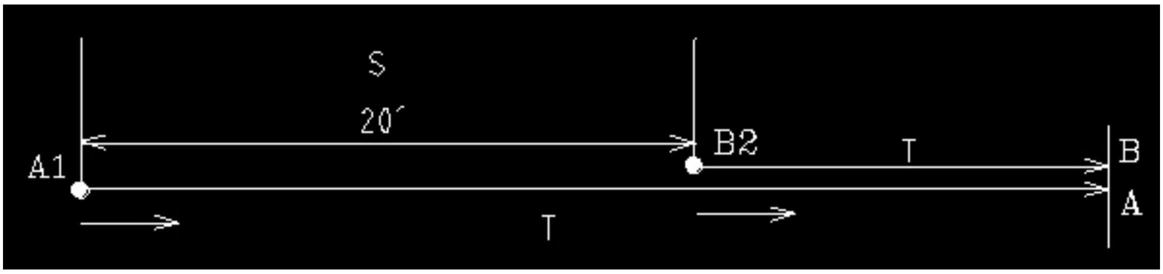

Fig. 2

La Fig. 2 que es una extracción de la 1 nos permite ver cómo se produce el último adelantamiento que propone el enunciado. Los puntos de partida son ahora A1 para el peatón A y B_2 para el B. Es como si ambos peatones comenzaran a andar en el mismo momento para encontrarse después de un tiempo T en el punto B/A.

Inicialmente están separados por la distancia S que es la que el tren ha recorrido en 20´.

S = 20´ × 50 Km/h = 20 × 50 / 60 = 16,7 Km.

Llamando S_A al espacio que recorre A hasta el encuentro con B, y S_B al recorrido por B en el mismo tiempo T, será:

$S_A = V_A\ T$
$S_B = V_B\ T$
Restando,
$S = S_A - S_B = (V_A - V_B)\ T$
(2) $T = (S_A - S_B) / (V_A - V_B) = S / (V_A - V_B)$

Es decir, la separación inicial S es igual al tiempo T hasta el encuentro (el mismo para los dos peatones), multiplicado por la diferencia de velocidades.

O dicho de otro modo, el tiempo hasta el encuentro T es igual a la separación inicial S dividida por la diferencia de velocidades: Es como si B permaneciera quieto y A sólo recorriera el espacio S a su velocidad disminuida en V_B ya que es como si B no se moviera.

(2) podrá tomar la forma

$T = 16{,}7 / 4{,}88 = 3{,}41$ horas $= 3\text{ h} + (0{,}41 \times 60)' = 3\text{ h} + (24{,}6)' = 3\text{ h} + 24' + (0{,}6 \times 60)'' =$

$= 3\text{ h} + 24' + 36''$.

***

OTRA VARIANTE DEL ENUNCIADO
(el tren está parado, Fig. 3)

El tren se avería y queda parado en un punto cualquiera de la vía. Desde su puesto en la cabecera de la locomotora, el maquinista ve que a su altura acaba de llegar el paseante A que sigue y termina de pasar al tren en 10 segundos, continuando luego su marcha. También ve a lo lejos que se le acerca el otro peatón B que llega a la cabeza del tren 20 minutos después de que A pasara por allí. Este B supera la cola del tren 9 segundos después de haber pasado por dicha cabeza del tren. Asimismo éste B continúa su marcha de manera que al final ambos llegarán a encontrarse en el punto A/B.
Se pregunta:
¿Cuánto tiempo T transcurre desde la posición inicial de ambos (la de la cola del tren, para A y la de la lejanía para B) hasta que B alcanza a A en A/B?

SOLUCIÓN
Obsérvese, aunque ahora resulte irrelevante, que el tren, antes de averiarse circulaba en sentido contrario a los peatones. En el ejemplo anterior los tres móviles iban en el mismo sentido. Ahora la cabeza de la locomotora está en el extremo del tren parado indicado por V = 0.

Se ve también que B, el peatón más alejado del tren al principio, es más rápido que A porque necesita menos tiempo que A para pasar al tren (9 contra 10 segundos). Ello explica por qué B es quien puede perseguir a A hasta alcanzarlo en A / B.

Con todo esto y lo que hemos desarrollado sobre la Fig. 2, tenemos (Fig. 3):

Longitud del tren $L = 10\ V_A = 9\ V_B$

$V_A = (9/10)\ V_B$

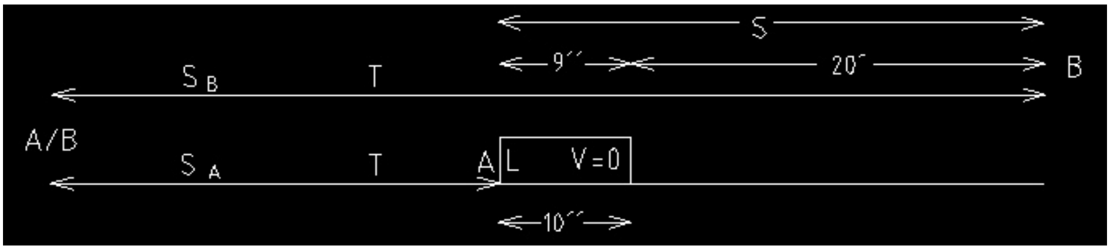

Fig. 3

Puntos de partida simultánea de los peatones (para el cálculo): A y B. Desde cada uno de esos puntos ambos emplean el mismo tiempo T en llegar a A/B.

La igualdad (2) del caso anterior tomará ahora la forma

$$T = S / (V_B - V_A)$$

Teniendo en cuenta que ahora es

$$S = V_B\,(20' + 9'')$$

será

$$T = [V_B\,(20' + 9'')] / (V_B - 0{,}9\,V_B) = 10\,(20' + 9'') = 12.090'' = 3{,}3583\text{ h} = 3\text{h} + 21' + 30''$$

……………….

El autor del problema L. A. Graham explica cuando da el resultado para la variante de tren parado:

> … the second man (B) moves faster than the first (A), since the second man takes nine seconds to cover a distance that the first man covers in ten seconds, and thus in a nine second period, the second man gains one second over the first.
>
> Y termina
>
> for them to meet it would take nine times this interval (20´ + 9´´), or three hours, one minute, and twenty one seconds.

$$9\,(20' + 9'') = 3\text{h}, 1', 21'' = 10.881''$$

Si en lugar de afirmar "in a nine second period" hubiera dicho "in a ten second period", su resultado intuitivo habría sido exactamente igual que el obtenido por mí mediante formulación:

$$10\,(20' + 9'') = 3\text{h} + 21' + 30'' = 12.090''$$

CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández