CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández

ProbRufini

Calcular de la manera más sencilla el valor de la expresión $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}+$

SOLUCIÓN

Hacemos

$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ = x

a = 20

b = 14 √2

Tendremos:

$$x=(a+b)^{\frac{1}{3}}+(a-b)^{\frac{1}{3}}$$

Elevando al cubo:

$$x^3=(a+b)+3(a+b)^{\frac{2}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}+3(a-b)^{\frac{2}{3}}(a+b)^{\frac{1}{3}}+(a-b)$$

$$x^3=(a+b)+3(a+b)^{\frac{1}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}\left[(a+b)^{\frac{1}{3}}+(a-b)^{\frac{1}{3}}\right]+(a-b)$$

Como el corchete resulta ser igual a x, será:

$$x^3=(a+b)+3(a+b)^{\frac{1}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}x+(a-b)$$

$$x^3=2a+3(a+b)^{\frac{1}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}x$$

$$x^3=2a+3x\,[(a+b)(a-b)]^{\frac{1}{3}}$$

$$x^3=2a+3x\,(a^2-b^2)^{\frac{1}{3}}$$

$a^2 - b^2 = 400 - 2 \times 14^2 = 8$

$x^3 = 40 + 3x \times 2$

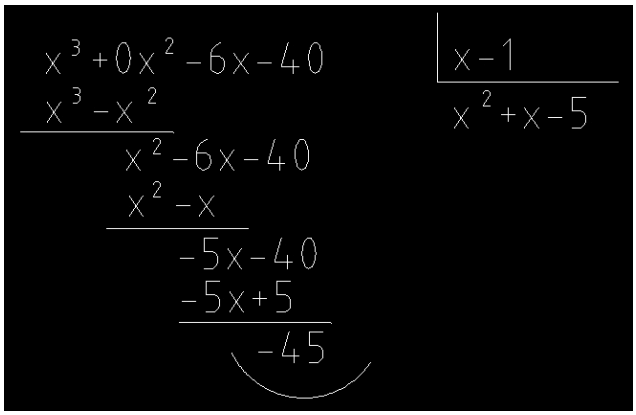
$x^3 - 6x - 40 = 0$

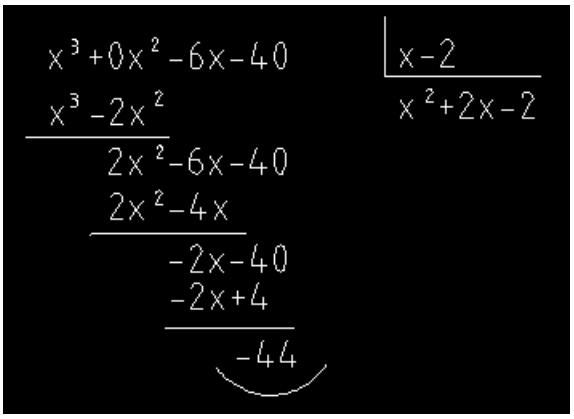
Para resolver esta ecuación de tercer grado vamos a dividir su polinomio por el binomio (x - c). Cuando dando valores a c alcancemos un resto cero, habremos convertido el polinomio en el producto exacto de un binomio y un trinomio de segundo grado; de ambos se deducirán las raíces de la ecuación de tercer grado. Tantearemos desde c = 1.

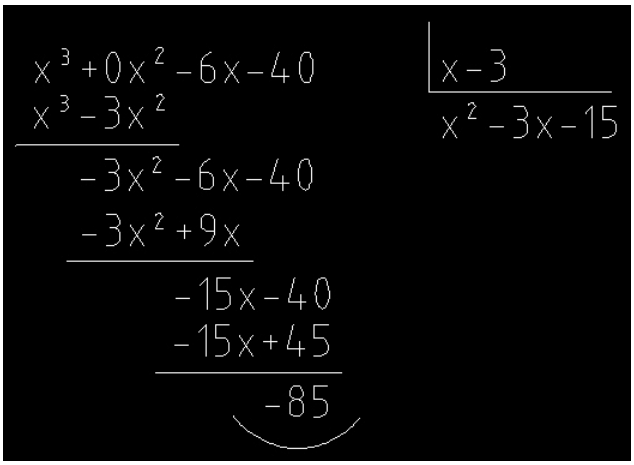
Para homogeneizar la expresión completaremos con ceros los monomios faltantes:

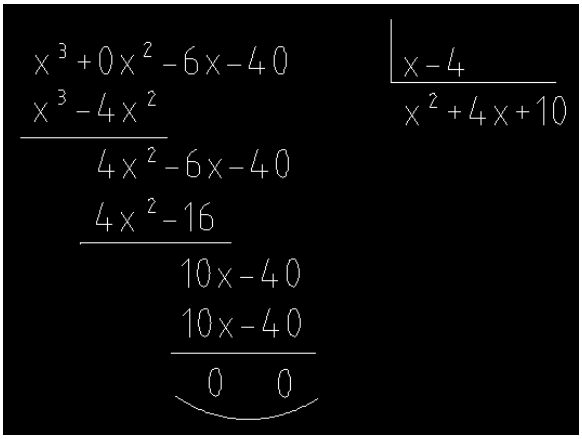
$x^3 + 0x^2 - 6x - 40 = 0$

Las cuatro imágenes sucesivas muestran la división del polinomio de tercer grado por el binomio (x - c). Me resulta más práctico y más pedagógico hacerlo así que intentando recordar como se organiza la regla de Rufini. A fin de cuentas una división de polinomios es igual que una división aritmética convencional.









La solución de la ecuación de tercer grado es x = 4

La ecuación de segundo grado $x^2 + 4x + 10 = 0$ no produce resultados reales porque su discriminante es negativo:

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 40}}{2}$$