ProbRectangulario

Si en la Fig. 1 ABCD es un cuadrado, ABGH un rectángulo y las áreas verde (ADK) y azul (CKF) son equivalentes, calcular X siendo AD = 1.

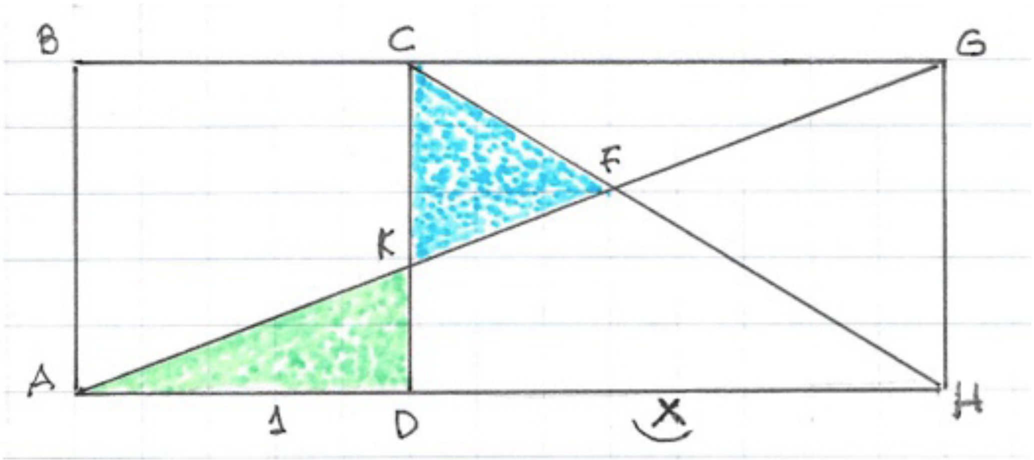

Fig.1

SOLUCIÓN

Llamando h a la altura (horizontal) del triángulo FCK para su vértice F, e igualando las dos áreas coloreadas, tendremos:

$(1 - CK)/ 2 = CK \times h / 2$

$1 - CK = CK \times h$

Si hacemos h = CK, tendremos:

$1 - CK = CK^2$

$CK^2 + CK - 1 = 0$

$CK = (-1 \pm \sqrt{(1 + 4)}) / 2 = 0{,}618$

Por otro lado, podemos expresar la igualdad de áreas:
ABCK + KCG = ABGH / 2

$(CK + 1) / 2 + (CK / 2) X = (1 + X) / 2$

$CK (1+ X) = X$

$X = CK / (1 - CK)$

$X = 0{,}618/ (1 - 0{,}618) = 1{,}62$

NOTA
A la conclusión de que h ha de ser igual a CK he llegado después de indagar en LibreCad con su función “Áreas”.

OTRA SOLUCIÓN

Si las áreas coloreadas son iguales, y añadimos a ambas la del triángulo ACK, también resultarán iguales las de los triángulos ACD y ACF. Estos dos tienen la misma base AC, así que también tendrán la misma altura, es decir, las distancias desde D y F a AC serán iguales, o sea, AC y DF son paralelas.

Cortándolas por las convergentes HC y HA, tenemos:

$x / (1 + x) = DF / AC$
$x / (1 + x) = DF / \sqrt{2}$

Llamemos
$a = KD$
$b = DF$
$c = CK$

Siendo $a + c = 1$

De acuerdo con los triángulos semejantes existentes, podemos plantear el siguiente sistema, de sencilla solución:

$$\left.\begin{aligned} & x / (1 + x) = b / \sqrt{2} \\ & 1 / a = (1 + x) / 1 \\ & a / c = b / \sqrt{2} \\ & a + c = 1 \end{aligned}\right\}$$

$x^2 - x - 1 = 0$

$x = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1{,}6$

El rectángulo CGHD es áurico.

CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández