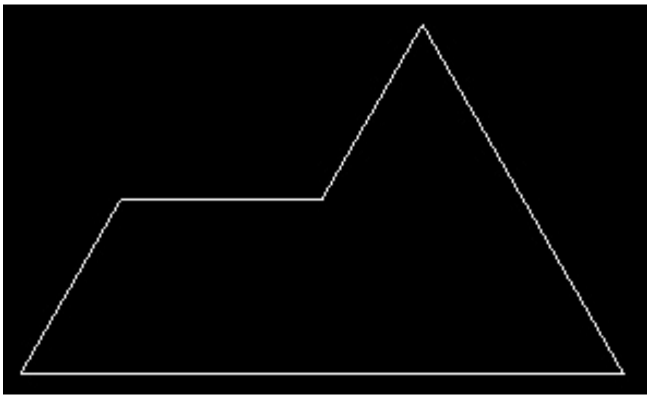
ProbPartir

Disponemos de la Fig. 1 que es la envolvente de 6 triángulos equiláteros adyacentes. Se pide recortarla en 4 figuras de igual área. Hay que encontrar 6 soluciones diferentes.

Fig. 1



SOLUCIÓN

Cada parte tendrá un área 6 / 4 de triángulo equilátero, es decir, la de un triángulo equilátero y medio (ver la Fig. 2).

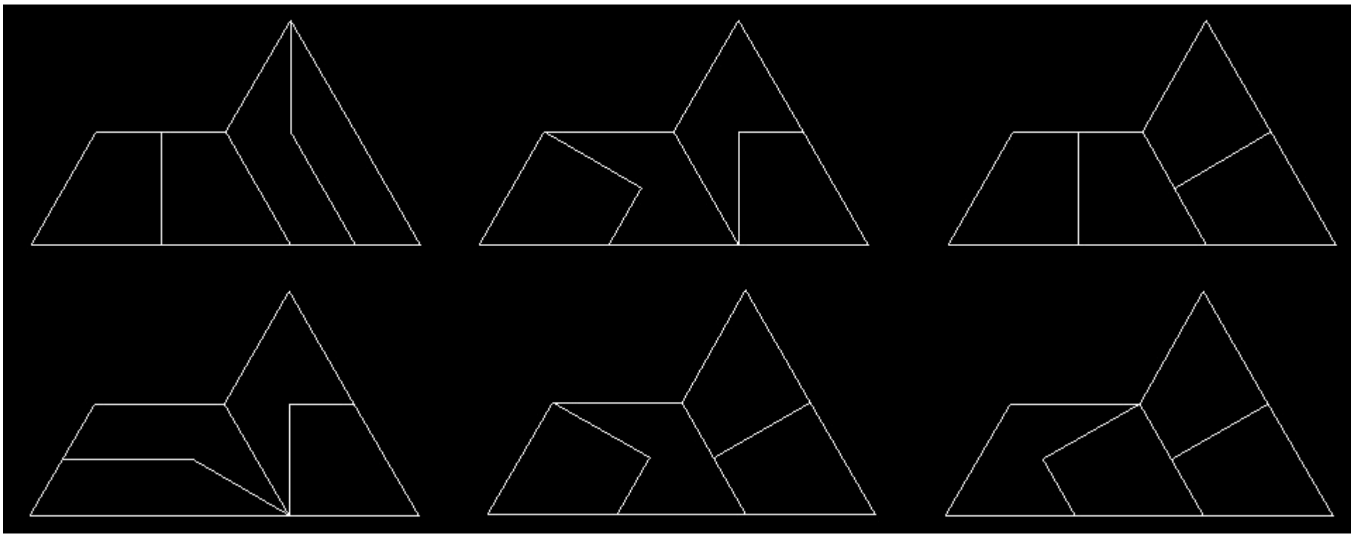


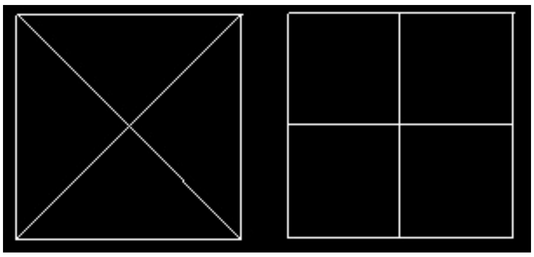
Fig. 2

Acabamos de partir una figura compleja en 4 partes iguales (de igual área). Veamos ahora cómo partir también en cuatro (de igual área), otra figura facilita: un cuadrado.

Eso está chupado. En la Fig. 3 hay dos soluciones.
Pero, ¿puede haber alguna más?

Sí, hay una infinidad de recursos. Ver la Fig. 4.

Fig. 3



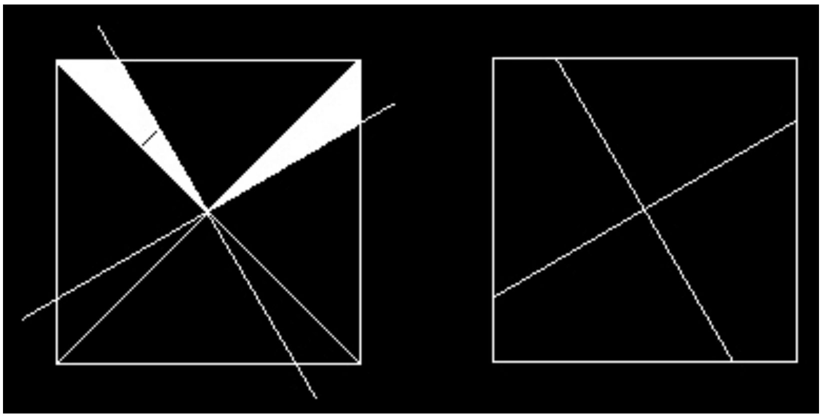


Fig. 4

A la izquierda se ve que al girar la cruz de diagonales un ángulo cualquiera, aparecen los dos triángulos marcados que son iguales: tienen iguales sus lados mayores (iguales a media diagonal); sus ángulos adyacentes también son iguales: los de una pareja miden 45º y los otros son el ángulo de giro.

A la derecha se muestran las cuatro partes iguales en que ha quedado dividido el cuadrado: son iguales (además de tener áreas iguales, son congruentes) porque sus cuatro lados y sus cuatro ángulos son iguales (se deduce de la izquierda).

Vamos a dividir ahora un triángulo (equilátero) en dos partes iguales mediante corte por una sola recta.

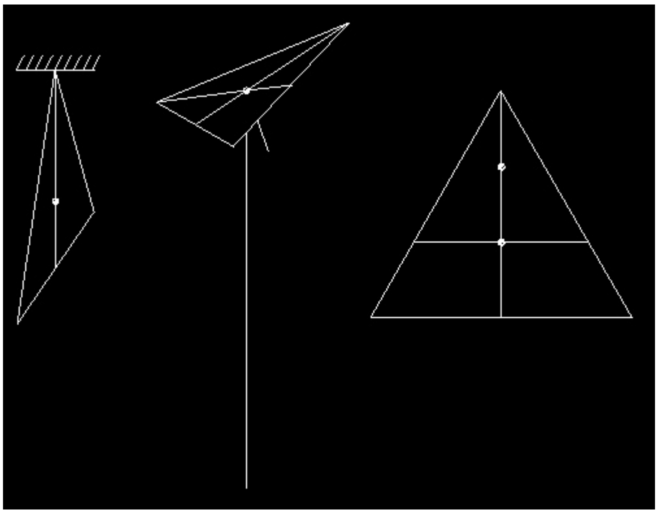


Fig. 5

Antes mostraremos las tres cosas que se conocen, normalmente, del baricentro (punto de intersección de las medianas de cualquier triángulo, Fig. 5):

Si un triángulo se cuelga de uno de sus vértices, la mediana correspondiente queda en posición vertical, por muy obtusángulo que sea el triángulo.

Si un triángulo se apoya sobre una punta de flecha que apunta a su baricentro (su centro de gravedad), el triángulo permanece en posición horizontal en el aire.

En un triángulo, su baricentro dista el doble del vértice que de la base correspondiente.

Con estos conocimientos uno puede andar por la vida pensando que cualquier recta que corte a un triángulo por su baricentro lo divide en dos partes de igual área. Y estará equivocado: las únicas que cumplen esa condición son las medianas. Me ha pasado a mí que, en 80 años no he necesitado meterme en este berenjenal, hasta hace una semana. Me declaro *pardillo cum laude*.

Vamos a poner de manifiesto el error con apoyo en el triángulo equilátero de la Fig. 5. Llamaremos b a su base (la longitud de un lado) y compararemos las áreas del trapecio y del triángulo equilátero que hay sobre él.

Área de trapecio $= \frac{b+\frac{2}{3}b}{2} b \frac{\sqrt{3}}{6}$

Área del triángulo superior$= \frac{1}{2}\frac{2}{3} b \frac{2}{3} b \frac{\sqrt{3}}{2}$

C = Área de trapecio / Área del triángulo superior = 1,25

Aunque no lo parezca, el área del trapecio es un 25 % mayor que la del triángulo de arriba.

Veamos a continuación (Fig. 6) cómo dividir el triángulo en dos partes de igual área con una sola recta que ha de cortar en sendos puntos a dos de sus lados (nos olvidamos de lados prolongados).

Dado un punto D en la base b del triángulo hay que hallar el E en otro de los lados (elegimos el c) de tal manera que la recta DE divida ABC en dos partes de igual área.

El área de un triángulo como el ABC es igual a (1 / 2) b × h = (1 / 2) AC × AB sen A. (1)

La construcción consistirá en:
Unir D con B.

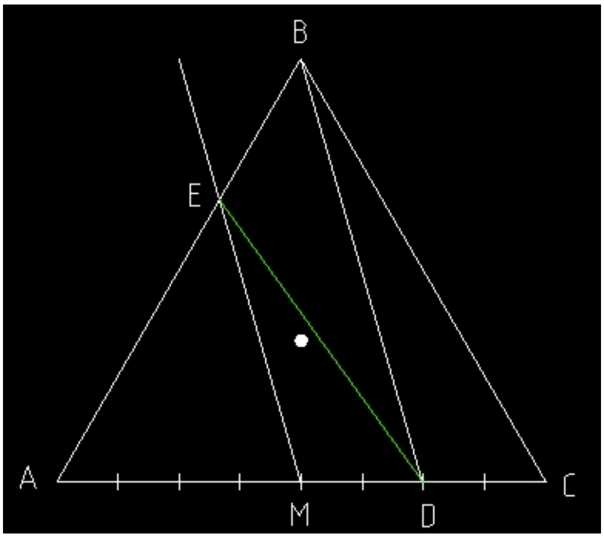


Fig. 6

Trazar por M (base de la mediana BM) la paralela a BD que cortará en E al lado c. Se ha traspuesto el baricentro de la Fig. 5 para apreciar su situación respecto de ED.

El cálculo que se hecho antes en (1) para el triángulo ABC, se puede hacer con el AED. Entonces tendremos:

Área (ABC) = (1 / 2) AC × AB sen A
Área (AED) = (1 / 2) AD × AE sen A

Al mismo tiempo se tiene (Tales):

AE / AM = AB / AD

AE / (AC / 2) = AB / AD

Área (ABC) / Área (AED) = (AC × AB) / (AD × AE) = 2

Aplicando el proceso de la Fig. 6 a todos los puntos señalados en la base del triángulo ABC, se obtiene la Fig. 7. En ella se ve que las únicas rectas que bisecan a ABC pasando por su baricentro son las tres medianas.

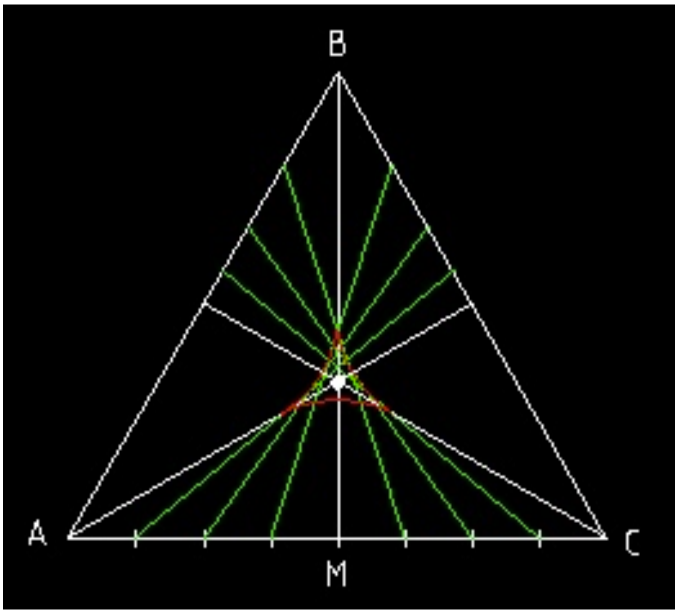


Fig. 7

Todas las demás, en verde, también lo bisecan, pero con esta particularidad: son tangentes a tres hipérbolas (a una rama de cada una) que, a su vez, son tangentes entre sí.

Naturalmente, hay 6 ramas, igual que hay 6 mitades de lados. En el centro está el baricentro encerrado en un *triángulo ramero*. Cada lado de éste es el trozo de rama que determinan las intersecciones de las rectas que partiendo de la mitad de un lado terminan en la otra mitad de otro lado opuesta por el vértice (el baricentro).

Para mayor claridad, no se han trazado las rectas bisectrices correspondientes al lado inferior del triángulo ramero (este último, en rojo) .

CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández

BIBLIOGRAFÍA

Matemáticas recreativas de Juan Diego Sánchez Torres.
Bibliografía: https://www.oma.org.ar/invydoc/docs/baricentro.pdf