CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández

Probletras

Disponemos de las nueve letras que se enuncian. A cada una le corresponde un número digital distinto.
Lo único que sabemos es que el 2 se puede corresponder con las letras ABC o con las DEF.
Y que el 3 se puede corresponder con ABC o con GHI.

Se pide averiguar qué digital corresponde a cada letra.

SOLUCIÓN

Creo haberla encontrado de la mano de Sarita Montiel que me llamaba de esta manera

Ven y ven y ven
chiquillo vente conmigo
no quiero
para pegarte mi vida
ya sabes pa' lo que digo.

De tanto insistir, di con el siguiente Diagrama del reverendo Venn; vean:

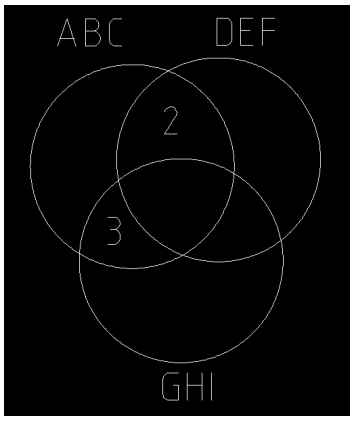

Fig.1

El enunciado muestra las nueve letras en tres grupos de a tres tal como en la Fig. 1 se ven referidas a los tres círculos que las contienen.

En la misma figura están situados los dígitos 2 y 3 de la única manera en que pueden estar de acuerdo con el enunciado.

Hay que tener en cuenta que el 3 no puede estar en el grupo DEF ni el 2 en el GHI.

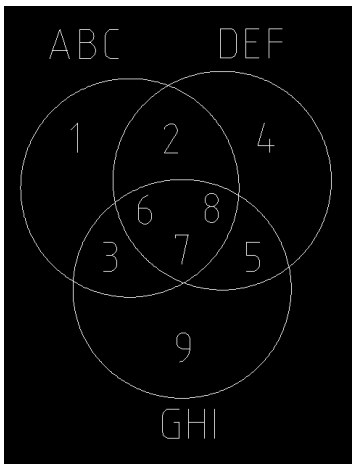

Fig.2

Con sólo unos cuantos tanteos a partir de la Fig. 1 se obtiene la 2 que, muestra una solución tan curiosa como ésta.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9

VARIANTE

Tenemos nueve incógnitas cada una representada por una de las siguientes 9 letras distintas A, B, C, D, E, F, G, H, Y. También tenemos los 9 dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Nos piden que asignemos a cada una de las nueve letras el valor de uno de los nueve dígitos (dos letras distintas no pueden recibir el mismo dígito) de tal forma que se cumplan estas dos condiciones.
Primera condición: El doble del número ABC sea igual al número DEF. O sea: 2(ABC) = DEF
Segunda condición: El triple del número ABC sea igual al número GHI. O sea: 3(ABC) = GHI

SOLUCIÓN

El enunciado y, por tanto, la solución, son totalmente distintos de lo planteado antes. Ahora habrán de tenerse en cuenta circunstancias tales como éstas: La F debe contener un número par; la C no puede contener al 5 porque ello implicaría que la F contendría un 0, que es algo inadmisible.

Pero existen dos cosas que resultan clave: Los dígitos a colocar en A B han de ser lo más bajos posible para que al multiplicarlos por 2 ó por 3 el producto no rebose al millar. Como consecuencia, los dígitos más altos han de alojarse en las letras C, F, I para poder jugar con los "y me llevo". Después de unos pocos tanteos, el resultado es:

A	B	C	D	E	F	G	H	I
2	1	9				6	5	7
			4	3	8			

NOTA
Parece que aplicando algún determinado programa de cálculo se obtienen otras tres soluciones:

1 9 2 3 8 4 5 7 6
2 7 3 5 4 6 8 1 9
3 2 7 6 5 4 9 8 1
……..

En vista de ello me puse a investigar. Consulté con mi buen amigo el matemático F. J. Gª Capitán que hacía muchos años usaba el programa Mathemática. Lo busqué y pude leer sobre él un estupendo Tutorial editado por la Universidad peruana de Piura. Mathematica, radicado en EE.UU, está asentado en dicha Universidad peruana para atender a toda la América hispana.

Al leerlo me di cuenta de que el programa era mucho más potente y capaz que lo que yo necesito, pero aprendí que el problema que me traía entre manos seguramente podría resolverse con su aplicación a base de *Tablas de valores* para *Listas.*

Como estaban en juego los números de tres cifras que se pueden componer con los dígitos del 1 al 9, estábamos planteando variaciones sin repetición de 9 elementos tomadas de tres en tres.

$$V_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9\times8\times7\times(6!)}{6!} = 9\times8\times7 = 504$$

Así pues, planteé a Gª Capitán en modo exento lo que en la figura siguiente resalto en rojo como cinco fases de mi étodo. Mi intención era saber si el proceso, tal como yo lo planteaba tenía sentido o, por el contrario, yo estaba regando fuera del tiesto. Fue tan amable y tan generoso que no sólo me dijo que mi planteamiento era correcto, sino que, como se ve en esa figura, entreveró mi planteamiento en rojo con su elaboración y resultados en MATHEMATICA.

Al final de dicha figura se ve la solución de los cuatro grupos de nueve dígitos que coinciden con los 3 + 1 que tengo anotados un poco más arriba.

He de anotar una cosa curiosa. Leyendo el tutorial de Mathematica me llamó la atención la costumbre de expresarse de derecha a izquierda, tal como se escribe en árabe. Esto se confirma al comparar el orden de las tripletas en los grupos de a nueve del final de la figura, con las de la agrupación 3 +1.

1. Completar la Lista L con todos los números de tres cifras que se pueden componer con los nueve dígitos del 1 al 9 de manera que en ellos no haya dígitos repetidos (el cero queda excluido) .

```
listaL = Permutations[Range[1, 9], {3}];

Length[listaL]
```

```
504
```

2. - De la Lista L obtener la Lista L1 de los múltiplos de 3 y la Lista L2 de los números pares .

```
listaL1 = Select[listaL, Mod[FromDigits[#], 3] == 0 &];

listaL2 = Select[listaL, Mod[FromDigits[#], 2] == 0 &];

{Length[listaL1], Length[listaL2]}
```

```
{180, 224}
```

3. - Tomar la primera tripleta de L1 para enfrentarla a las sucesivas de L2 por ver si se llega a una pareja de tripletas cuyos dígitos sean todos distintos .

```
lista4 = Select[
  Flatten[Outer[List, listaL1, listaL2, 1, 1], 1],
  Length[Union[Apply[Join, #]]] == 6 &
 ]
```

```
{{{1, 2, 3}, {4, 5, 6}}, {{1, 2, 3}, {4, 5, 8}},
 {{1, 2, 3}, {4, 6, 8}}, {{1, 2, 3}, {4, 7, 6}}, {{1, 2, 3}, {4, 7, 8}},
 {{1, 2, 3}, {4, 8, 6}}, {{1, 2, 3}, {4, 9, 6}}, {{1, 2, 3}, {4, 9, 8}},
 {{1, 2, 3}, {5, 4, 6}}, {{1, 2, 3}, {5, 4, 8}}, {{1, 2, 3}, {5, 6, 4}},
 ... 9578 ..., {{9, 8, 7}, {5, 4, 6}}, {{9, 8, 7}, {5, 6, 2}},
 {{9, 8, 7}, {5, 6, 4}}, {{9, 8, 7}, {6, 1, 2}}, {{9, 8, 7}, {6, 1, 4}},
 {{9, 8, 7}, {6, 2, 4}}, {{9, 8, 7}, {6, 3, 2}}, {{9, 8, 7}, {6, 3, 4}},
 {{9, 8, 7}, {6, 4, 2}}, {{9, 8, 7}, {6, 5, 2}}, {{9, 8, 7}, {6, 5, 4}}}

large output | show less | show more | show all | set size limit...
```

```
Length[lista4]
```

```
9600
```

4. Cuando ocurra, dividir por 3 la tripleta de L1 y por 2 la de L2 para ver si ambas divisiones dan el mismo cociente . Si así fuera, ver si ese cociente común está hecho de tres dígitos sin repetir y distintos de los otros seis . Si esto ocurre, la tripleta hallada, junto con las otras dos, serían una solución aceptable .

```
Test[{a_, b_}] := Module[{c, d},
  c = FromDigits[a] / 3;
  d = FromDigits[b] / 2;
  And[c == d, Length[Union[Join[a, b, IntegerDigits[c]]]] == 9]
 ]
lista5 = Select[lista4, Test]
```

```
{{{5, 7, 6}, {3, 8, 4}}, {{6, 5, 7}, {4, 3, 8}},
 {{8, 1, 9}, {5, 4, 6}}, {{9, 8, 1}, {6, 5, 4}}}
```

```
CocienteComun[{a_, b_}] := IntegerDigits[FromDigits[a] / 3]

lista6 = Map[FromDigits[Apply[Join, Append[#, CocienteComun[#]]]] &, lista5]
```

```
{576 384 192, 657 438 219, 819 546 273, 981 654 327}
```

5.-Si en el primer intento según 3 no se llega a solución, iterar el proceso con la segunda tripleta de L1, y así sucesivamente.

Veamos en la Fig. 3 cómo se producen los 504 números diferentes.

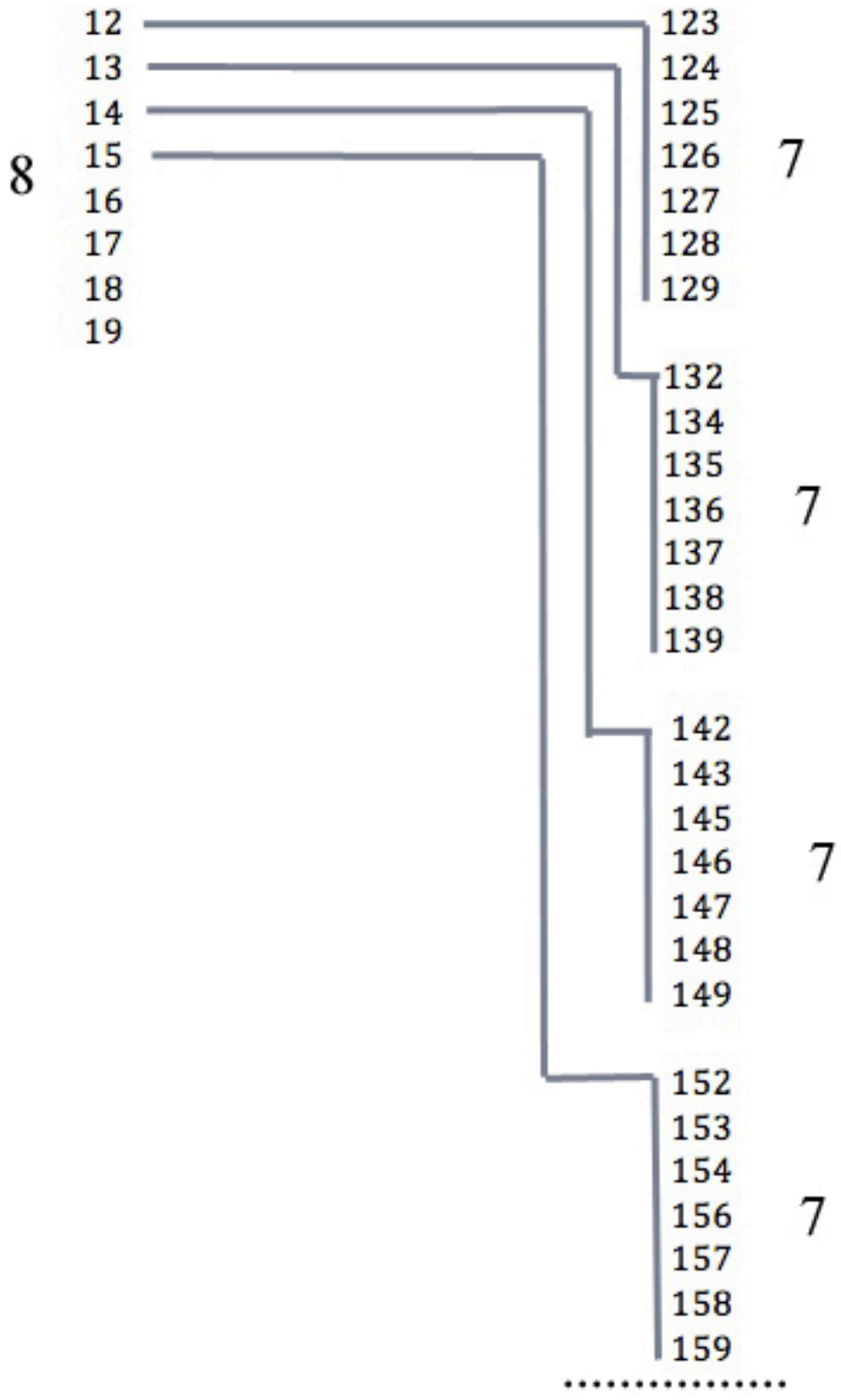

Fig. 3

En ella se ve que hay 8 bloques de números de tres cifras que empiezan por 1; de ellos sólo se muestran cuatro, cada uno, a su vez , hecho de bloques de a siete.

Así pues, empezando por 1 habrá un total de 7×8 tripletas. Otras tantas habrá empezando por 2, y por 3 … y por 9. En total habrá $7 \times 8 \times 9 = 504$ tripletas.

……

Metidos en combinatoria, veamos un ejemplo de Combinaciones:
Una empresa española tiene 10 filiales repartidas por Europa. Cada año se reúnen en Madrid sus 10 Directores a fin de coordinar estrategias. Como suele ocurrir, a lo largo del tiempo cambian las personas, así que en cada reunión anual lo primero que se hace, antes de la reunión de trabajo inaugural, es tener una breve sesión de saludos. Cada director habrá de saludarse individualmente con cada uno de los otros, y por un tiempo fijo de 5 minutos.

Se pregunta cuánto durará la sesión de saludos.

SOLUCIÓN

Se trata de manejar la combinación de 10 elementos tomados de dos en dos, que vale

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,(10-2)!} = \frac{10\times 9\times 8!}{2!\times 8!} = \frac{10\times 9}{2} = 45$$

Se han producido 45 saludos diferentes. Veamos lo que ocurre en la práctica:
Representemos a los 10 directores por los dígitos

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

El director 0 saludará a sus 9 colegas. Saludará 9 veces tal como se ve al pie de la primera columna de la Fig. 4.
El director 1, como ya ha saludado a 0, sólo tendrá que saludar a 8.
Análogamente, el 2 saludará a 7, y así sucesivamente. La cosa se ve en la Fig. 4. El resultado es

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$$

También llegamos al mismo resultado si pensamos que cada uno de los diez directores produce 9 saludos que hay que dividir por 2 ya que en el mismo saludo participan 2 directores: $10\times 9 / 2 = 45$.

Veamos los tiempos. En la primera columna de la Fig. 4 se ve que sus 9 saludos han de ser sucesivos ya que en todos ellos participa el director 0. Ello supone una duración de $9 \times 5 = 45$ minutos.

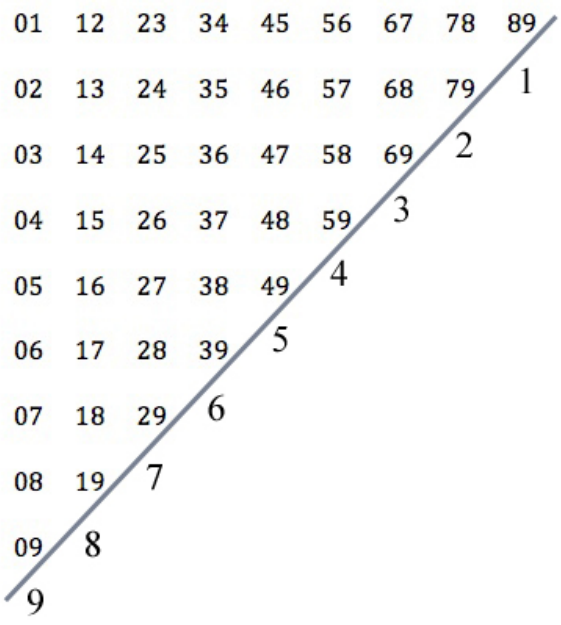

Fig. 4

El resto de los saludos, a la derecha de la primera columna pueden ocurrir dentro de dichos 45 minutos. Por ejemplo, 12 puede darse mientras ocurre 03; 37, mientras 04; 27 y 38, al mismo tiempo que 05,etc.
Por consiguiente, el tiempo total gastado en saludarse será de 45 minutos.