DISEÑO DE EXPERIMENTOS

La falta de calidad de un producto
es la pérdida (a minimizar)
que su utilización causa
en la sociedad.
Dr. G. Taguchi

Este trabajo fue uno de los últimos que desarrollé en mi fábrica antes de prejubilarme el año 1991. Me sirvió después en los cursos de Formación que impartí para algunos Consultores.

El término *sociedad* ha de tomarse en el sentido más amplio: la macrosociedad-cliente y la microsociedad-proveedor: el consumidor y el productor.

No hay que engañarse: alguien paga siempre por la falta de calidad; alguien se está perjudicando.

El fabricante que tiene que hacer retoques para enderezar sus defectos, perjudica en el precio a su cliente … si lo encuentra. Porque si no lo encuentra en esas condiciones, el perjudicado es él.

Si la falta de calidad es externa (escasa fiabilidad, el cliente pagará de su bolsillo las reparaciones fuera de garantía … si puede soportarlo, porque en caso contrario cambiará de proveedor con perjuicio del primero.

CARACTERÍSTICAS DE CALIDAD

NOMINAL ES MEJOR

Cuando se fabrican las lentes de unas gafas, como no pueden resultar perfectas, se admite una tolerancia entorno al valor nominal de sus dioptrías. Pero, evidentemente, lo mejor es que las lentes tengan ese valor nominal.

MENOR ES MEJOR

Un proceso se negocia (y acepta) entre proveedor y cliente para un determinado NCA: Un Nivel de Calidad Aceptable expresado en % de defectuosos. Éste podrá ser tan pequeño como se necesite, se desee o se pueda conseguir. Pero está claro que si el % de defectuosos de las partidas entregadas es menor que el NCA, la situación será mejor.

En la auditoría de automóviles se admiten hasta tres pequeños defectos por metro cuadrado de superficie pintada, con tal de que todo el coche no tenga más de siete en total. Pero si se encuentran menos defectos, mucho mejor.

MAYOR ES MEJOR

En fiabilidad se maneja el concepto de MTBF (Mean Time Between Failures -tiempo medio entre fallos-) y un determinado contrato de suministro lo fija en una cierta cantidad de horas. Naturalmente, será mejor para el cliente que el producto tenga un MTBF incluso mayor que el de las horas acordadas.

La puntuación de los alumnos se establece para que con un 5 se dé el aprobado. Pero será mejor que el alumno saque un 7 ó incluso más nota.

EL CASO DE LOS FONDOS DE INVERSIÓN

Cada semestre, la CNMV (Comisión Nacional del Mercado de Valores) emitía un informe con la rentabilidad en % que ha conseguido cada Sociedad Gestora para sus Fondos. Añade además el valor de la *volatilidad*, que expresa la variación de la rentabilidad a lo largo de esos seis meses. Y la expresa como la desviación típica de la variable *rentabilidad* según los valores que ha ido tomando en cada día del semestre.

La pregunta es: ¿Se puede confiar en una Gestora que ha conseguido al final una buena rentabilidad a costa de estar dando bandazos a lo largo del semestre entre rentabilidades muy buenas y muy malas? ¿No será que al final ha tenido suerte, pero no sabe bien por dónde se anda? Sin contar con que si yo necesito liquidar mi fondo durante el semestre, tengo las mismas probabilidades de liquidarlo muy bien, que de liquidarlo muy mal, lo cual no es nada positivo.

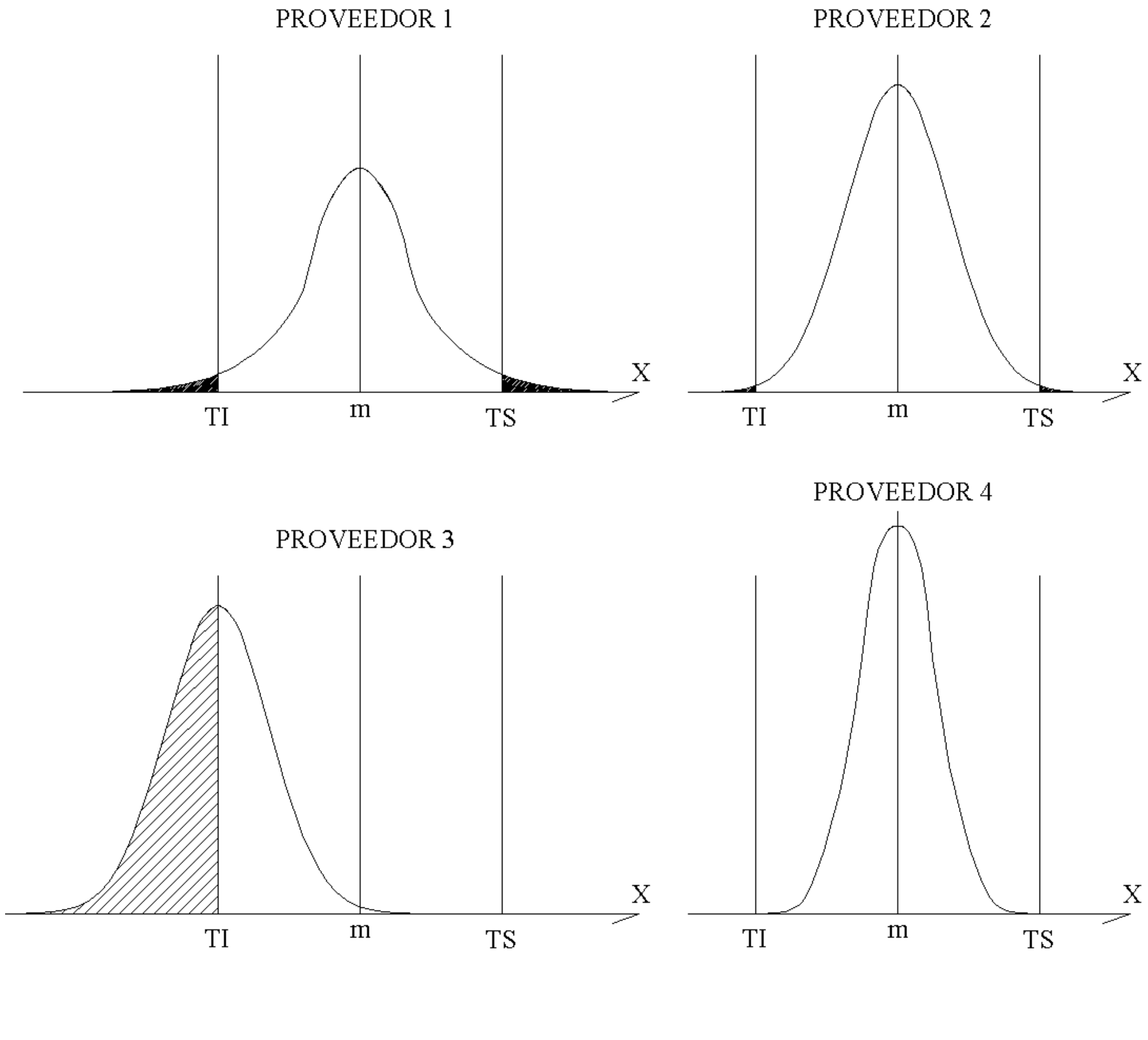
LA AMENAZA DE LA VARIABILIDAD

La variabilidad es un mal que hay que pagar en forma de pérdida, deterioro y desgaste de energía.

La Gestora del Fondo es sólo el ejemplo de una fábrica cuyo producto es la rentabilidad. Pero todas las fábricas y los productores de Servicios tienen planeando sobre sí la sombra de la variabilidad. Que hay que combatir a toda costa para dejarla reducida al mínimo y así ahorrar pérdidas a la Sociedad.

Comparemos 4 proveedores de lentes para gafas que manejan como CARACTERÍSTICA DE CALIDAD la VARIABLE x que expresa las dioptrías para un valor nominal m (Nominal es Mejor).

Los límites son TS (Tolerancia Superior de Especificación) y TI (Tolerancia Inferior de Especificación).



Analicemos los cuatro proveedores sabiendo que todos ellos hacen inspección 100% antes de entrega; ello garantiza que todos los productos en cada caso están dentro de especificación, tal como muestran las figuras (los que caen dentro de las áreas negras se rechazan y por tanto no se entregan). Además, el costo para el cliente es el mismo en las cuatro situaciones.

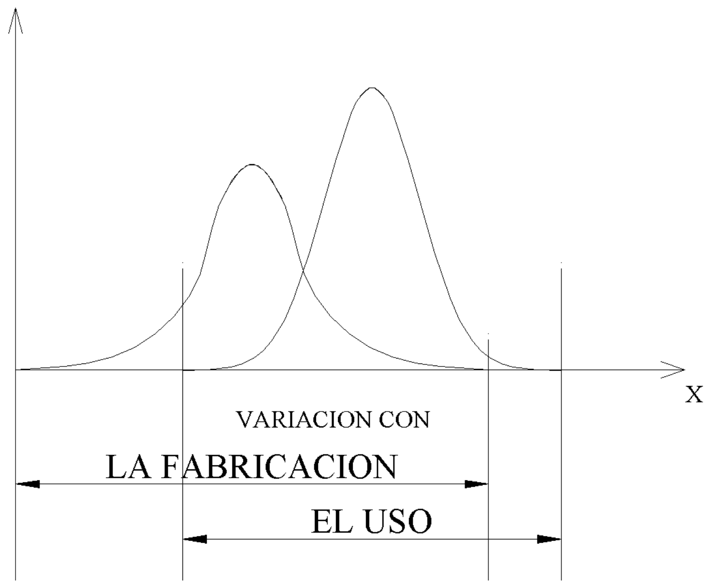
Los casos 1 y 2 presentan el mismo tipo de distribución normal, centrada en el valor nominal. El 2 se dispara hasta ambos límites de tolerancia sobrepasándolos mínimamente, y el 1 notablemente más allá de ellos; claro que, antes de entrega, se eliminan esos *flecos negros.* Evidentemente, esta eliminación (y la producción que hubo que hacer antes) cuesta dinero que, o paga el cliente, o representa una pérdida de beneficio para el proveedor.

En el caso 3 no se trata ya de unos flecos, sino de la mitad de la producción. Además, prácticamente ninguna lente está en el valor nomina, lo que significa que la gran mayoría de los clientes tendrán que volver al oculista, insatisfechos de su visión: una cosa es la tolerancia a respetar en las lentes, y otra, la tolerancia de los clientes con la tolerancia.

Esto último se puede repetir para el proveedor 2, aunque aquí los insatisfechos serán minoría: la mayoría encontrará sus gafas centradas en el valor nominal.

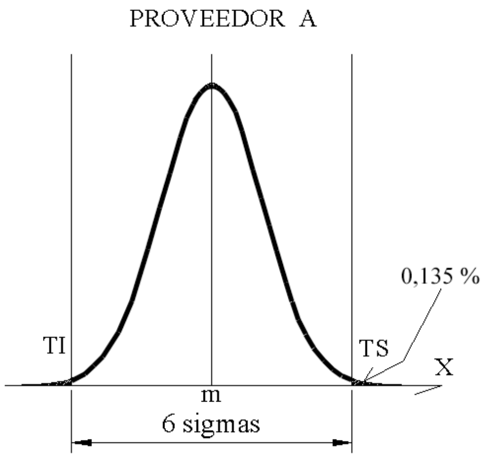
En el caso 4 prácticamente todos los clientes quedarán satisfechos, y ello no habrá costado nada extra (ni producción inútil, ni verificaciones rectificadoras, etc).

Hasta aquí hemos hablado de unos cristales de gafas que no se deterioran con el uso (es más bien nuestra vista la que se deteriora). Pero si consideramos ahora el salpicadero de plástico de un coche que sí se deteriora con el paso del tiempo a expensas de la luz, la temperatura, las vibraciones, etc. habrá que añadir otra forma de variación y consiguiente degradación.



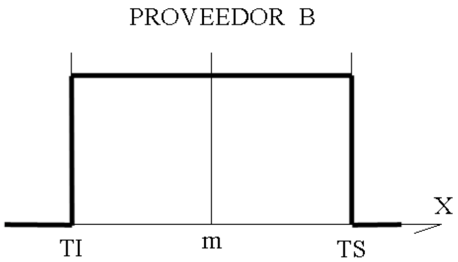
Continuemos con los fabricantes A y B de lentes para gafas en la figura siguiente. El A es parecido al caso 2 anterior, pero como ahora su dispersión de ± 3σ, coincide con la tolerancia de especificación, resulta que quedan sendos flecos de no conformidad: 0,27 % en total (ver 0,00135 en la Tabla de la Distribución Normal para x=3σ). Sin embargo, la gran mayoría de los clientes se sentirán satisfechos porque las dioptrías de sus lentes coinciden o están muy próximas al valor nominal.

El proveedor B, en cambio, se toma demasiado al pie de la letra los límites de tolerancia y produce sus lentes según una distribución rectangular: Entre esos límites, cualquier valor de dioptrías tiene la misma probabilidad de ser producido; no importa si son las dioptrías nominales, las de los límites de tolerancia u otras intermedias. Y no produce nada fuera de tolerancia. Sin embargo, la mayoría de sus clientes tendrán que volver al oculista, insatisfechos porque las dioptrías de sus lentes tienen igual probabilidad de coincidir con el valor nominal que con los valores extremos.



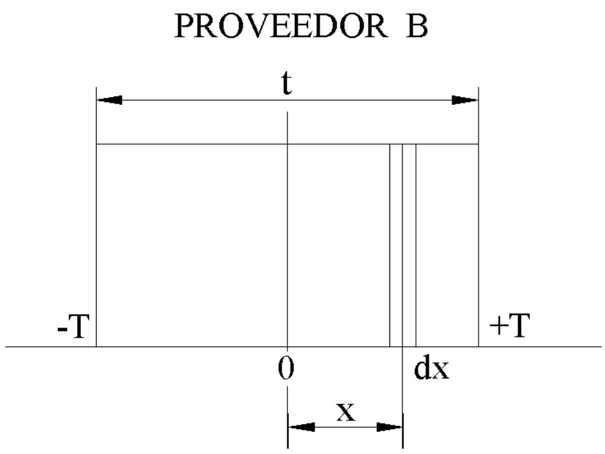
Este fenómeno se habría puesto de manifiesto de haber estudiado la Capacidad del Proceso C_p, de producción de lentes. Como valor práctico se exige que $C_p \geq 1{,}33$ (1); sin embargo, y para simplificar, vamos a quedarnos con el valor teórico de $C_p = 1$: Según él, un proceso es capaz de dar satisfacción cuando su dispersión total de 6σ cabe al menos una vez dentro del margen de tolerancias.

(1) Ver mi libro *Calidad. Fiabilidad*, Ed. Universidad P. Comillas (4. CAPACIDAD DE MÁQUINA/CAPACIDAD DE PROCESO págs. 253-260).



Esto ocurre en el caso del proveedor A con un nivel de confianza de 100 – 0,135x2 = 99,73 %, pero veamos qué sucede con el B.

La desviación típica de una distribución rectangular vale (hemos hecho m = 0 para facilitar el cálculo; además, se ve que t = 2T):



$$\sigma^2 = \frac{1}{t}\int_{-T}^{+T}(x-0)^2\,dx = \frac{1}{t}\left|\frac{1}{3}x^3\right|_{-T}^{+T} = \frac{1}{3\times 2T}\left(T^3-(-T)^3\right) = \frac{T^2}{3} = \frac{(t/2)^2}{3}$$

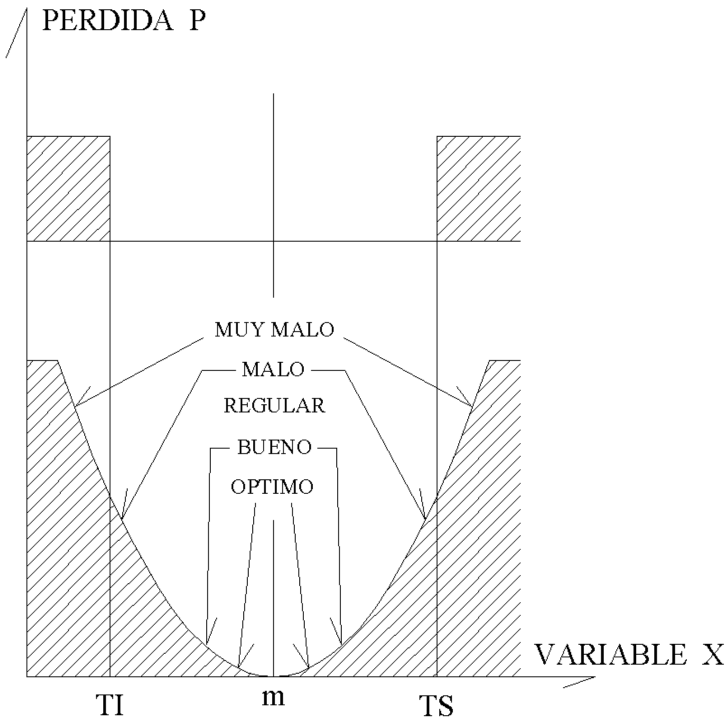
$$\sigma = \frac{t}{\sqrt{12}}$$

$$6\sigma = 1{,}73t$$

Ya se ve que 6σ es bastante mayor que t: no cabe en el recorrido TS – TI. Es decir, tenemos: $6\sigma / t = 1,73$, o lo equivalente, $C_P = 1/1,73 = 0,577 < 1$ que es insatisfactorio.

La variación es, per se, una fuente de pérdida. De pérdida de calidad y por consiguiente de pérdida económica. Ya no podemos conformarnos con estar dentro de tolerancia. Aunque estemos tratando de una variable continua, de hecho hemos convertido la variación en la del atributo *estar o no estar dentro de tolerancia*. Y hoy el cliente afina más que eso. Cuando el cliente, respaldado por su oftalmólogo, acude insatisfecho al óptico, a éste no le valdrá la respuesta de que las lentes están dentro de tolerancia.

La forma tradicional de apreciar la pérdida se ve en la parte superior de la figura: sólo había pérdida fuera de los límites de tolerancia donde, además, esa pérdida era considerada constante.



Taguchi, en cambio, establece una función de pérdida parabólica con vértice en el valor nominal m (parte inferior). Según ella, la pérdida empieza a darse en cuanto nos separamos de m; además, crece de forma cuadrática como corresponde a una parábola.

Con esto se pretende un doble fin: penalizar la mayor desviación del valor nominal y disponer de un artificio para aprovechar la característica aditiva de la varianza.

Sobre la parábola de la figura se muestra la apreciación cualitativa que se espera pueda hacer el cliente en cuanto a la calidad del producto.

Obsérvese que para el cliente, tan malo es lo que está a un lado como al otro de las fronteras T: Como no disponemos de equipo de medida preciso, tiende a inclinarse intuitivamente a su propio favor.

FUNCIÓN DE PÉRDIDA PARA *NOMINAL ES MEJOR*

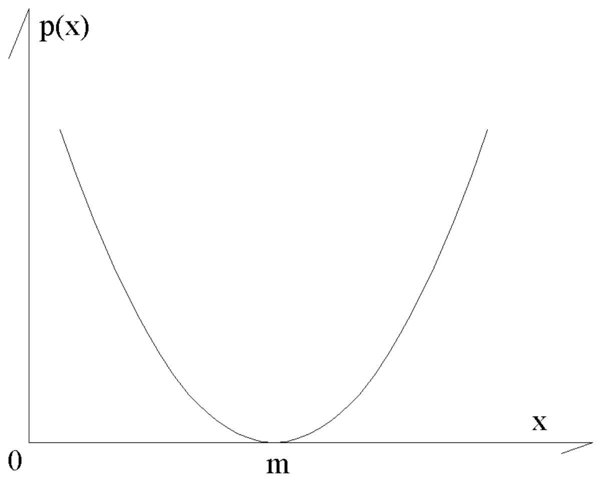
La ecuación de la parábola es

$$p = K\,(x-m)^2$$

Veamos cómo encontrar el valor de la constante K para un caso concreto que sea generalizable.

El circuito neumático de frenos de un camión debe trabajar a una presión nominal m = 8 Kg / cm^2. El laboratorio ha encontrado como recomendable una tolerancia funcional de ± 0,5 Kg / cm^2.

Pero también sabemos que la mitad de los clientes se quejan por desregulación con el uso: Unos, por dificultades en la frenada para una presión de 6 Kg / cm^2; otros, por fugas en los racores si la presión del circuito alcanza los 10 Kg / cm^2.



El recomponer adecuadamente en servicio la válvula reguladora cuesta 100 €.
La tolerancia del cliente es, pues, 8± 2, así que será:

$$100 = K\,(10 - 8)^2 \quad ; \quad K = 25$$

Cuando expedimos los camiones con 8± 0,5 Kg / cm^2 seguimos teniendo una pérdida en servicio que se puede valorar como

$$P = 25(8{,}5 - 8)^2 = 6{,}25\ €$$

Por fin, si un ajuste especial de la válvula se puede incorporar en fábrica como operación adicional a un coste de 1 €, podremos calcular la tolerancia de fabricación más fiable y más económica con que podemos expedir los camiones:

$$1 = 25\,(x - 8)^2 \quad ; \quad x = 8{,}2$$

tolerancia de fabricación: 8± 0,2 Kg / cm^2

FUNCIÓN DE PÉRDIDA PARA MÁS DE UNA PIEZA (*NOMINAL ES MEJOR)*

El cálculo anterior es válido para una pieza. Si quisiéramos estudiar el comportamiento de n piezas habremos de referir la pérdida al concepto de MSD (Mean Square Deviation) o desviación cuadrática media, de la variable respecto del valor nominal. Es decir:

$$MSD = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}(x_i - m)^2$$

que equivale a:

$$nMSD = x_1^2 + m^2 - 2mx_1 + \ldots\ldots + x_n^2 + m^2 - 2mx_n$$

como la varianza vale:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\left\{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + ...+ (x_n - \bar{x})^2\right\}$$

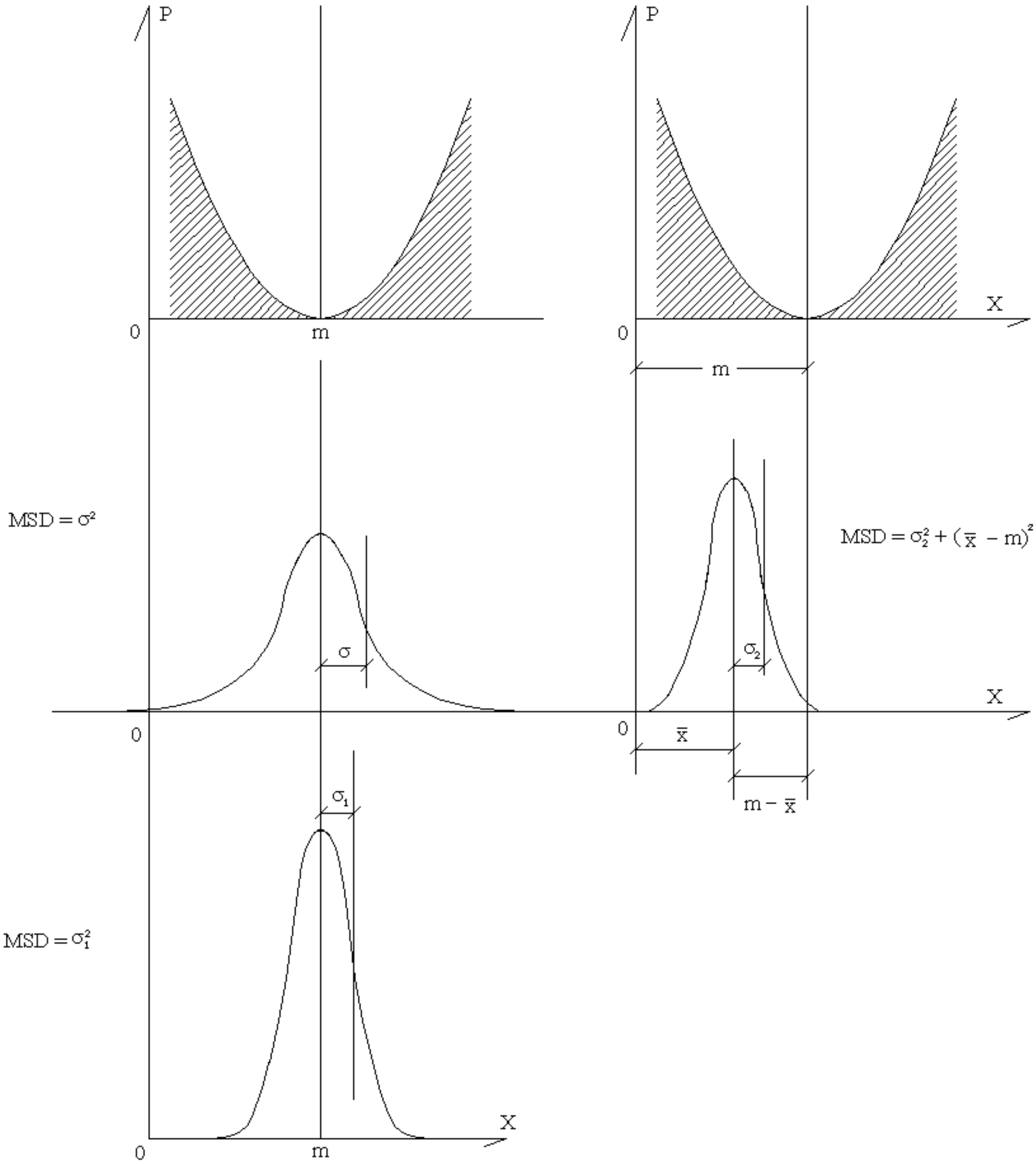
$$n\sigma^2 = x_1^2 + \bar{x}^2 - 2x_1\bar{x} + ...x_n^2 + \bar{x}^2 - 2x_n\bar{x}$$

restando:

$$n\sigma^2 - nMSD = (\bar{x}^2 - m^2)n + 2(m - \bar{x})(x_1 + x_2 + ...x_n)$$

$$\sigma^2 - MSD = \bar{x}^2 - m^2 + 2(m - \bar{x})\bar{x} = -(\bar{x} - m)^2$$

$$MSD = \sigma^2 + (\bar{x} - m)^2$$



Las figuras muestran cómo se enfrentan las distribuciones normales de piezas producidas, a las áreas rayadas de pérdida. La forma de disminuir ésta es:

- Manejar una parábola más plana.
- Reducir σ (la variación en la producción).
- Reducir $\bar{x} - m$ (desviación del promedio de la producción respecto del valor de la media m).
- Reducir ambas.

La función de pérdida es, pues:

- Para una pieza: $p = K\,(x - m)^2$
- Para n piezas: $p = K\,(MSD)$

$$p = K\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(x_i - m)^2$$

$$p = K\left\{\sigma^2 + (\bar{x} - m)^2\right\}$$

Comparando esta última expresión con la de p para una sola pieza, se ve el sentido, antes expresado, de homogeneizar las dimensiones de la varianza y de la función parabólica.

Para hacer una comprobación de lo anterior supondremos que el mismo modelo de camión estudiado antes se fabrica en cuatro lugares diferentes. En relación con su instalación de frenos, esos lugares se comportan, respectivamente, como los cuatro proveedores analizados.

El valor nominal de la presión es 8 Kg / cm^2 y ± 0,25 Kg / cm^2 su tolerancia de fabricación. El valor de la constante de la función de pérdida K = 25, se sigue manteniendo también.

Se toman muestras de 17 camiones procedentes de los cuatro lugares para comparar las pérdidas que inducen cada uno de ellos.

PRESIÓN EN Kg / cm^2 SEGÚN LOS 4 LUGARES DE PROCEDENCIA				
	1	**2**	**3**	**4**
n = 17 m = 8 K = 25	7,8	8	7,8	8
	8,2	8	7,75	8
	8	7,9	7,85	7,95
	8	7,85	7,85	8,05
	7,75	7,95	7,8	7,95
	8,15	8,05	7,95	8
	8	8,05	7,75	8
	8,1	7.9	7,75	8,05
	8,25	8,1	7,75	7,95
	8,1	8,15	7,8	8
	7,85	8	7,9	8,05
	8,05	8,1	7,75	8,05
	7,95	7,95	7,8	8
	7,9	8	7,75	7,9
	7,95	8,05	7,85	7,95
	7,9	8	7,8	8
	8,05	7,95	7,8	8,1
$(\bar{x};\sigma)$	(8 ; 0,13)	(8 ; 0,076)	(7,8 ; 0,056)	(8 ; 0,048)
$MSD = \sigma^2 + (\bar{x} - m)^2$	0,0169	0,0057	0,043	0,0023
Pérdida €/unidad P = K (MSD)	0,4225	0,1425	1,08	0,06

Se ve que el lugar 3 es el de más pérdida porque produce según una distribución descentrada del valor nominal y además con una dispersión importante. El de menor pérdida es el 4 (centrado y con la menor dispersión). Obsérvese que todos los lugares producen pérdida, incluso los centrados: todos tienen su producción algo dispersa.

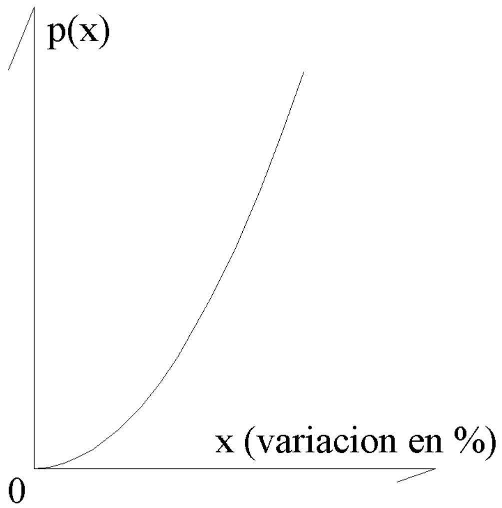
MENOR ES MEJOR

El reloj del salpicadero de un coche puede adelantarse o atrasarse. Si la variación en cualquier sentido es mayor que el 1,5 %, la mitad de los usuarios se quejará y habrá de cambiarse el reloj. Naturalmente, lo mejor es que esa variación sea la menor posible: lo ideal es que valga cero. El costo de la operación es de 80€.

La función p de pérdida es análoga a la de NOMINAL ES MEJOR. Ahora la parábola tiene su vértice en el origen porque evidentemente no hay un valor nominal para la variación, que es la abscisa x. Al ser m = 0 queda:

$p = Kx^2$ (para una pieza)

$p = K\ (MSD) = K(\sigma^2 + \bar{x}^2)$ (para n piezas)



La constante K la obtenemos como

80 = K * 1,5 ; K = 35,55

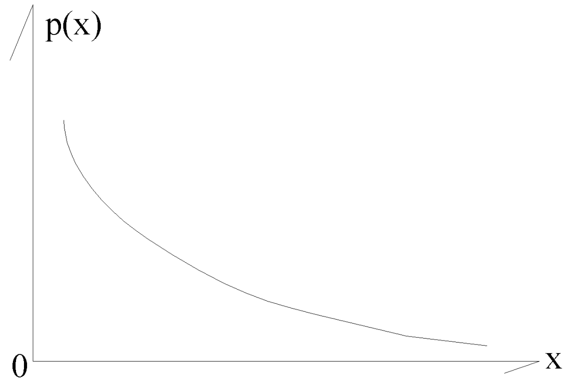
Veamos ahora qué decisión tomar sobre los proveedores A y B a partir de sendas muestras de 10 y 5 unidades respectivamente. Los porcentajes de variación se indican en el siguiente cuadro:

PROV.	x					$\bar{x}^2$	σ^2	$(MSD) = \sigma^2 + \bar{x}^2$	P = K(MSD) €
	0,91	**0,39**	**0,08**	**0,76**	**0,39**				
A						**0,24**	**0,07**	**0,31**	**11,02**
	0,71	**0,14**	**0,83**	**0,43**	**0,31**				
B	**0,003**	**0,5**	**0,11**	**0,01**	**1**	**0,1**	**0,14**	**0,24**	**8,53**

El proveedor B produce menos pérdida pero debería mejorar su variabilidad para reducirla.

MAYOR ES MEJOR

A mayor valor de la variable independiente x corresponde un menor valor de la función de pérdida p(x).



Ello se podría lograr con una hipérbola equilátera de la forma px = K. Se prefiere, no obstante, la forma $px^2 = K$ que aunque ya no es una cónica (como lo era la parábola), conserva el cuadrado de la variable. Además, estas dos formas no difieren demasiado. La función de pérdida será, pues:

$p = K\ (1 / x^2)$ Para una pieza

$$p = K(MSD) = K\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\frac{1}{x_i^2}$$ Para n piezas: Es una forma razonable de expresar la Desviación Cuadrática Media (de la variable respecto del valor objetivo, ∞).

Tratemos de comparar la mezcla de componentes empleados en la fabricación de la goma para las escobillas de limpiaparabrisas en sus versiones C y D.

Se sabe que cuando las escobillas resisten menos de 5.000 horas en la cámara de ozono, la mitad de los usuarios se quejan y hay que cambiarlas con un costo para el fabricante de 20€.

$$K = px^2 = 20 \text{ x } 5.000^2 = 5 \text{ x} 10^8$$

	DURACIÓN (MILES DE HORAS)	$(\bar{x};\sigma)$	$(MSD) = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\frac{1}{x_i^2}$	p = K(MSD) €
C	8 7 8 10 6 8 9 8 8 7 7 9	7,92 ; 1,04	0,0168 x 10^{-6}	8,40
D	10 6 10 12 7 13 14 8 11 10 9 11	10,1 ; 2.25	0,0434 x 10^{-6}	21,7

Se ve que la solución D es mucho más cara en pérdida a pesar de tener un valor medio de mayor duración; y es que tiene una dispersión superior al doble que la de C.

DISPOSICIÓN DE LOS ENSAYOS

Experimentar es probar y examinar prácticamente las propiedades de alguna cosa. Hablamos de las propiedades porque en la realidad no parece posible llegar hasta la esencia de las cosas.

Se ve que la experimentación es algo muy útil, a veces muy costoso, y puede ir desde lo sencillo hasta lo muy complejo. Así, puede apoyarse en el mero sentido común o en técnicas sofisticadas y de complejo aparato matemático.

Nos vamos a limitar a estudiar algunos ejemplos elementales con la ayuda de una sistematización del sentido común, pero de base matemática sencilla. Y consideraremos dos formas de presentación de las propiedades de la definición dada antes: Los COMPONENTES como propiedad de un conjunto, y los FACTORES como propiedad de un proceso.

LOS COMPONENTES COMO PROPIEDAD DE UN CONJUNTO

El conjunto del servo de un camión (puede ser el de la servo dirección hidráulica, la ayuda de embrague hidráulica con intervención neumática, etc.) debe tener, por especificación, un poder multiplicador de 15. La realidad es que ese valor varía bastante de unos conjuntos a otros y no se conoce la causa. En el peor de los casos se han llegado a encontrar conjuntos con 7 como cifra de poder multiplicador (p m). Naturalmente, se producen rechazos, tanto dentro de fábrica como en servicio.

El conjunto está hecho de 9 componentes que designaremos de la A á la J. Estos componentes pueden ser pistones, copelas, empujadores, cilindros, muelles, etc.

El ensayo se dispondrá de esta manera:

- Seleccionar un conjunto bueno (p m = 15) y otro malo (p m = 7) midiendo el valor de p m.
- Hacer primero una repetición y después una replicación de las medidas anteriores.

En un proceso discreto como el presente:

- Repetición: Volver a hacer la misma medición otra vez sobre el mismo conjunto en las mismas condiciones y con los mismos instrumentos. El resultado mostrará los errores de medida.
- Replicación: Volver a hacer la medición partiendo de cero. Se desmontará el conjunto, se volverá a montar y se medirá. El resultado mostrará la acumulación de errores de medida y de puesta a punto.

- Sucesivamente, hacer 9 ensayos en los que cada vez se intercambian, respectivamente, los mismos componentes del conjunto bueno al malo, y viceversa, uno a uno.

En estas condiciones, los resultados fueron los siguientes:

	VALOR DEL p m			R
CONJUNTO	INICIAL	REPETICIÓN	REPLICACIÓN	RECORRIDO
MALO	7	7,8	6,5	1,3
BUENO	15	15	15,2	0,2
CONTRASTE	8	7.2	8,7	$\overline{R}$ = 0,75

Definimos el error experimental como 2,3 veces el Recorrido medio de las mediciones cuando éstas han sido 3, y para un nivel de confianza de del 95 %.

Error experimental = 2,3 x 0,75 = 1,725

Ya se ve que el error experimental (por medidas y puesta a punto) es bastante menor que el contraste entre las mediciones de los conjuntos bueno y malo, así que podemos decir que dicho contraste es significativo al 95 %.

A propósito del factor 2,3, recuérdese que en SPC (Control Estadístico del Proceso) el factor D_4 que determina el Límite Superior del Recorrido muestral a partir del Recorrido Medio Muestral, vale 2,57 para muestras de n = 3 [Ver Nota 1) al final].

Si el error experimental fuera mayor, o del orden del contraste, se detendría la experimentación; la diferencia entre un conjunto bueno y otro malo se pondría de manifiesto, en este caso, por la forma de medir sus propiedades (el p m, p.e) y no por lo que sea inherente a éstas.

Los ensayos se continuaron con los resultados que siguen; los campos A, B, C … indican que se ha invertido el elemento A entre el conjunto malo y el bueno, o el B, o el C … :

	INICIAL	REPET.	REPLIC.	A	B	C	D	E	F	G	H	J
BUENO	15	15	15,2	14	14	13	15	13	15	14	15,5	10
MALO	7	7,8	6,5	7	7,5	9	7,5	6,5	11	9	7	13
CONTRASTE	8	7,2	8,7	7	6,5	4	7,5	6,5	4	5	8,5	-3

Ya se ve que los contrastes más pequeños se dan en la inversión de los componentes C, F, G, y sobre todo, J (aquí, incluso se invierte el contraste).

A continuación hay que examinar cuidadosamente en qué se diferencian esos cuatro componentes respectivamente, como pertenecientes a un conjunto bueno y a otro malo: tolerancias, constantes de muelles, rugosidades, dureza, etc.

Y por fin, incorporar todas las características buenas a todos los componentes: por supuesto, las manifestadas con las inversiones que serán objeto de especial vigilancia, pero también las otras.

LOS FACORES COMO PROPIEDAD DE UN PROCESO

Tomemos el proceso continuo de extrusión de un tubo de poliamida. Con frecuencia aparecen tubos con una falta de concentricidad superior a la aceptable.

Los responsables enfrentan el problema con la sistemática SOIA [Ver Nota 2) al final] (Situarse frente al problema, Observarlo, Imaginar sobre él, y Actuar; después de un atormenta de ideas en la fase I, pasan a actuar. Esto último es lo que se va a ver a continuación.

Se decide que de los muchos factores que intervienen en el proceso, los 4 siguientes pueden ser decisivos:

A- La temperatura de extrusión.
B- La presión
C- La velocidad de extrusión
D- El grado de molienda de la granza.

También se decide disponer el ensayo con sus parámetros a dos niveles:

FACTOR	NIVEL BAJO (1)	NIVEL ALTO (2)
A	170º C	190º C
B	7 BAR	10 BAR
C	1 m/ sg	1,5 m / sg
D	13 (nivel granulométrico)	15 (n g)

Se decidió asimismo que la respuesta se midiera en % de aceptación a partir de los defectos por metro lineal de tubo extruído en el proceso continuo.

Si quisiéramos hacer un ensayo exhaustivo tendríamos que componer todas las combinaciones posibles de los 4 factores a los dos niveles. Una forma práctica de conseguirlo es comenzar por los dos primeros factores y asignarles las combinaciones 1 ; 2 formando los números de valor creciente desde 11 a 22:

A	B
1	1
1	2
2	1
2	2

Se añade el factor C duplicando la matriz anterior, y asignando unos a una mitad de la nueva matriz resultante, y doses a la otra mitad:

A	B	C		A	B	C
1	1			1	1	1
1	2			1	2	1
2	1			2	1	1
2	2			2	2	1
…	…	…		…	…	…
1	1			1	1	2
1	2			1	2	2
2	1			2	1	2
2	2			2	2	2

Análogamente se hace para el cuarto factor:

A	B	C	D		A	B	C	D
1	1	1			1	1	1	1
1	2	1			1	2	1	1
2	1	1			2	1	1	1
2	2	1			2	2	1	1
1	1	2			1	1	2	1
1	2	2			1	2	2	1
2	1	2			2	1	2	1
2	2	2			2	2	2	1
…	…	…	…		…	…	…	…
1	1	1			1	1	1	2
1	2	1			1	2	1	2
2	1	1			2	1	1	2
2	2	1			2	2	1	2
1	1	2			1	1	2	2
1	2	2			1	2	2	2
2	1	2			2	1	2	2
2	2	2			2	2	2	2

El resultado es una matriz de 4 columnas y 16 filas. El número de filas es igual a 2 (cantidad de niveles) elevado a la potencia 4 (cantidad de factores): $2^4 = 16$.

De haber decidido trabajar sobre 7 factores a 4 niveles la cantidad de combinaciones habría sido $4^7 = 16.384$.

Se puede apreciar que lo óptimo está reñido con lo práctico. Si bien es cierto que realizando 16.384 ensayos, como hacemos un solo cambio cada vez, al final sabemos qué combinación da la mejor respuesta, es un hecho que pretender hacer 16.384 ensayos no tiene sentido.

Los ensayos completos se cubren mediante matrices con los llamados factoriales completos. Tal es la matriz ABCD expuesta antes. No son recomendables más que para muy pocos factores, y desde luego, a no más de dos niveles. De todo ello se deduce que una labor importante en el diseño de experimentos es un debate que conduzca a establecer el mínimo de factores y de niveles compatibles con el hecho de ser significativos del problema a estudiar.

Continuemos con el nuestro de 4 factores y dos niveles. Si no podemos permitirnos por tiempo o costo los 16 ensayos del factorial completo, podemos recurrir a un factorial fraccionado (de 8 combinaciones) que tiene sus ventajas y sus inconvenientes.

COMPLETO	FRACCIONADO
- Gran duración	- Tiempo reducido
- Elevado coste	- Coste razonable
- Discriminación completa	- Discriminación completa si la matriz es ortogonal y se estudian a fondo las interacciones.
	- Discriminación Incompleta aunque la matriz sea ortogonal si no se estudian a fondo las interacciones.

Matriz ortogonal es aquella cuyas columnas presentan todas la misma cantidad de unos que de doses (en nuestro caso). Si trabajáramos a tres niveles, cada columna tendría una tercera parte de unos, otra tercera parte de doses y otra de treses.

Veamos cómo obtener las 8 combinaciones en condiciones de ortogonalidad. Antes de haber dado el último paso para saltar al factor D, en vez de doblar la matriz de tres factores hacia abajo, la sometemos a la siguiente operación:

A	B	C	D
1	1	1	
1	2	1	
2	1	1	
2	2	1	
1	1	2	
1	2	2	
2	1	2	
2	2	2	

A	B	C	D
1	1	1	1
1	2	1	2
2	1	1	2
2	2	1	1
1	1	2	2
1	2	2	1
2	1	2	1
2	2	2	2

Se han sumado los tres dígitos de cada fila en la matriz de la izquierda. Si la suma es par se anota un 2 en ese renglón para el factor D (matriz de la derecha). Un uno si la suma es impar.

Ya se ve que la servidumbre que pagamos al fraccionar es obtener la columna de un factor como combinación de las otras. En nuestro caso, el efecto del factor D está superpuesto a la interacción ABC: ambos efectos están confundidos.

Claro, que si tenemos la suerte de que la interacción ABC no exista, o que si existe, sea muy débil, resultará que el efecto de la 4ª columna será únicamente el efecto del factor D.

Es ocasión de explicar lo que es una interacción: es el efecto sinérgico o multiplicador que se da cuando actúan simultáneamente dos factores determinados que si actuaran por separado tendrían, cada uno, unos efectos moderados: su acción conjunta es mucho más notable que la suma de efectos separados. Tal es el caso, p e, del alcohol y las anfetaminas.

Ya se ve que las interacciones, en nuestro caso de 4 factores, pueden ser de segundo orden (combinaciones de dos parámetros hay 6), de tercer orden (hay 4 combinaciones de 3 parámetros), y por fin la interacción ABCD de cuarto orden. También es claro que es más difícil encontrar interacciones de orden superior que de menor orden.

Consecuentemente, las interacciones de segundo orden son, en la práctica, más frecuentes de lo que parece. Por eso hemos obtenido la columna D combinando las tres ABC. Podríamos haber combinado, p e, las A y B, y así habríamos obtenido otra columna D:

D
…
2
1
1
2
2
1
1
2

pero así estaríamos confundiendo el efecto del factor D con el de la posible interacción AB que es más probable que la ABC.

Definida la matriz ABCD para 8 combinaciones, sabemos además que disponemos de otras tres columnas para interacciones. La cantidad de columnas-efecto disponibles, también llamadas grados de libertad, para 8 combinaciones es, 8 – 1 = 7.

GRADOS DE LIBERTAD = COMBINACIONES – 1

En adelante no vamos a hablar ya de interacciones. Supondremos, como simplificación, que no existen. Hay abundante bibliografía para profundizar en esa materia.

		FACTOR					
COMBINACIÓN		A	B	C	D	RESPUESTA	RECORRIDO
1	7	1	1	1	1	79,5	
2	2	1	2	1	2	48	
3	5	2	1	1	2	82	
4	6	2	2	1	1	67	
5	1	1	1	2	2	90	
6	4	1	2	2	1	78 ; 82	4
7	3	2	1	2	1	89	
8	8	2	2	2	2	95	
MEDIA de los 2		83,2	72	88	78,7	78,6 (media de las respuestas)	
MEDIA de los 1		73,9	85,1	69,1	78,4		
EFECTO		9,3	-13,1	18,9	0,3		

La explicación de la doble columna en COMBINACIÓN es la siguiente: a la izquierda está el orden matricial original y a la derecha el orden aleatorio de los ensayos. P e, la combinación 6 se ensayó en cuarto lugar. Esto es interesante, especialmente cuando se hacen replicaciones.

La columna RESPUESTA muestra los % de aceptación que se obtuvieron en cada una de las 8 combinaciones ensayadas. En la número 6 aparecen dos respuestas debido a que sobre esa combinación se hizo una replicación al observar que su primera respuesta era la más próxima a la media 78,6. Ello nos permite obtener 4 como recorrido de esas dos carreras. Y el consiguiente error experimental o ruido:

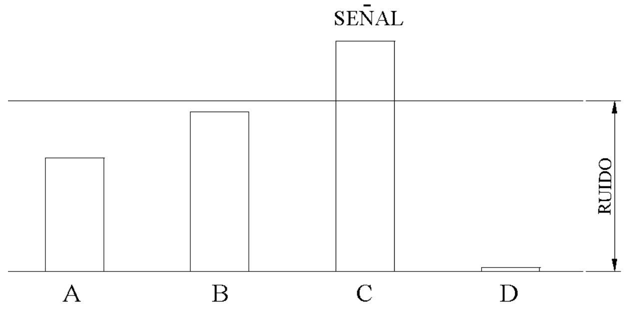
RUIDO = 3,5 x 4 = 14

A propósito del factor 3,5 hay que referirse también a la nota 1) ya indicada antes. En la misma tabla 10 que se menciona, el factor D_4 que afecta al recorrido para una muestra de n = 2, vale 3,267. En la combinación 6, también podemos hablar de n = 2 porque se ha hecho una replicación (dos ensayos sucesivos).

Los valores medios de cada factor para sus dos niveles se obtienen como se ve en este ejemplo:

$B_2 = 72 = (48+67+78+95) / 4$

El EFECTO se obtiene como diferencia entre el valor del nivel 2 y el 1 en cada factor. Lo que cuenta del efecto (SEÑAL) es su valor absoluto que en la siguiente figura se ve contrastado con el RUIDO.



El único factor que destaca claramente del ruido es el C . El D es prácticamente irrelevante.

Hay que recordar que el experimento planteado es del tipo MAYOR ES MEJOR (se desea que crezca el % de aceptación).

También se ve que el diseño del proceso, tal como está no es muy robusto: la relación SEÑAL / RUIDO es escasa.

Según todo lo anterior, el resultado de la experimentación nos conduce a que la combinación óptima es la

$$A_2 \ B_1 \ C_2 \ D_2$$

Sobre ella hay que comentar lo siguiente:

- Esa combinación no fue ensayada, cosa que no debe sorprendernos pues hemos manejado un factorial fraccionado.
- Se ha elegido el nivel D_2 por coherencia con MAYOR ES MEJOR, pero como la influencia del factor D es despreciable, se debe tomar el nivel D en su versión más barata. Este criterio ha de considerarse siempre que las señales estén muy confundidas con el ruido.
- Lo que procede, pues, es ensayar la combinación hallada como óptima e, incluso, a partir de ella, robustecer el diseño mediante nuevos ensayos con tendencia a:

Aumentar la temperatura por encima de los 190 º C.

Disminuir la presión por debajo de 7 Bar.

Aumentar la velocidad de extrusión por encima de 1,5 m / sg.

Manejar la granulometría más barata.

NOTA.- Los datos manejados en este ejercicio son de gabinete y no tienen nada que ver con la realidad.

Nota 1): De mi libro *Calidad. Fiabilidad* (Editorial Universidad P. Comillas), ver: **3. El Control Estadístico de los Procesos y la capacidad de máquina** (págs. 230-252 y en especial, la Tabla 10)

Nota 2): De mi libro *La Calidad Total, una utopía muy práctica* (Editorial Universidad P. Comillas), ver estas páginas: 69, 71, 72, 129, **185-6-7**, **195**, 389, 407, 410, 502, especialmente las destacadas.