CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández

FRACTALES

Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas. Los hay de muy diferentes aspectos, se dan abundantemente en la naturaleza, en general son autosemejantes en sí mismos, matemáticamente no admiten planteamientos euclídeos, pero sí principios topológicos. Hay muchos matemáticos que se han ocupado de ellos a partir del siglo XX y, algunos mucho antes, sin saberlo. El más destacado es, sin duda el matemático franco-norteamericano Benoît Mandelbrot que, en 1975 inventó su denominación, el nombre unificador que conservan: fractal.

El mismo Mandelbrot los define así:
-Son conjuntos cuya dimensión de Hausdorf-Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica.
-Los conjuntos con dimensión D no entera, son fractales.

Otros autores añaden que
-Un fractal es demasiado irregular para ser descrito en términos geométricos tradicionales.

Conviene recordar que dimensión D = 1 es la propia de la línea recta (sólo tiene una dimensión, su longitud), D = 2 corresponde al plano y d= 3 es, por ejemplo, la de los puntos interiores a un poliedro.

Otros recordatorios:
-Entre los diversos aspectos que pueden ofrecer los fractales tenemos el dendrítico (desarrollo arbóreo ; δενδρος, árbol), la costa marítima o las de un río, el contorno de un copo de nieve, etc.

-Autosimilitud o autosemejanza, es la propiedad de un objeto (llamado objeto autosimilar) en el que el todo es exacta o aproximadamente similar a una parte de sí mismo, por ejemplo cuando el todo tiene la misma forma que una o varias de sus partes.

-Un fractal se puede parecer mucho a un teselado en el sentido de que ambos rellenan espacios planos. Pero difieren en dos cosas:

-Las teselas son todas iguales, congruentes o derivadas unas de otras por aplicaciones de traslación, simetría o giro. Los módulos de un fractal van reduciendo de escala a medida que proliferan.

-Los teselados pueden cubrir un plano infinito. Los fractales pueden llegar a un límite de crecimiento compatible con el hecho de que sus elementos tienden a superficie cero mientras determinan un perímetro infinito para el plano cubierto.

Esto último me recuerda las opuestas definiciones que un gracioso daba al especialista y al generalista. Ambos se parecen en que empiezan sabiendo algo de algo. Más tarde se especializan: el primero va sabiendo cada vez más de menos hasta que llega a saber todo de nada. El generalista, por el contrario, empieza a saber cada vez menos pero de mas cosas, para terminar no sabiendo nada de todo.

Para mi propósito último me voy a permitir dos licencias. La primera es haberme inspirado en el generador (D = 1,8687) que Mandelbrot emplea para construir su "Árbol de los monos". Ello me ha permitido diseñar el fractal que implanto en la costa de Panamá.

La segunda licencia, sin permiso de mi amigo el Ingeniero de Minas Rodrigo Mulas que vive precisamente en la ciudad de Panamá, consiste en imaginar, a mi gusto, las an**fract**uosidades de su costa, que ya son notables. Obsérvese la coincidencia de las letras en rojo con las de **fract**al.

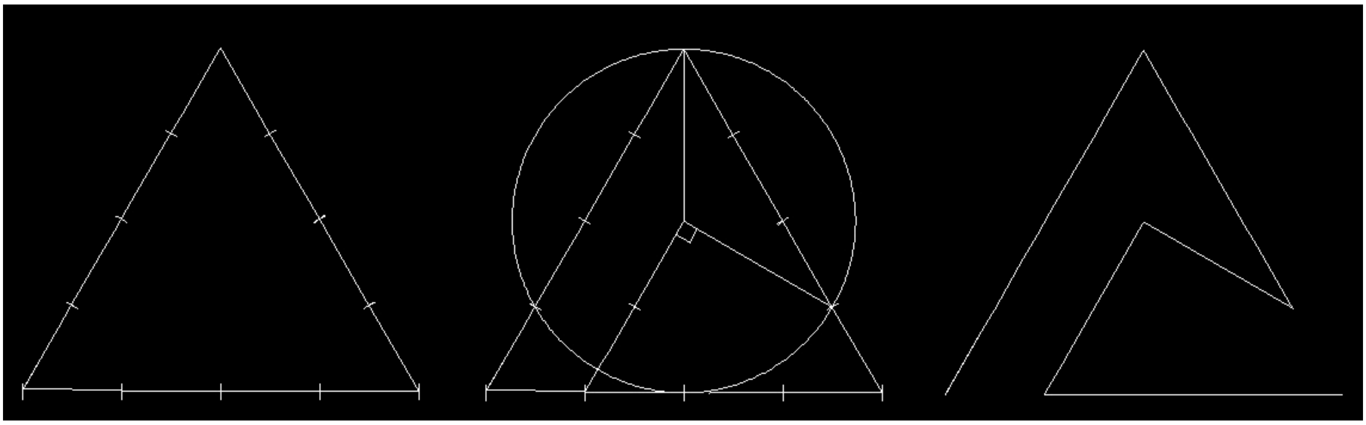

Fig. 1

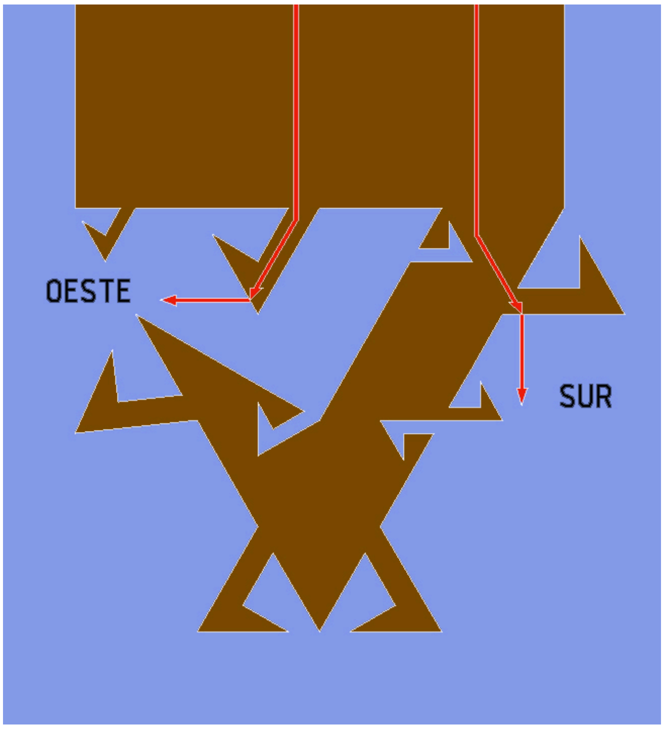

Fig. 2

A la izquierda de la Fig. 1 se ve el generador del fractal, un triángulo equilátero cuyos lados están divididos en 4 partes.

En el centro se muestra el artificio conducente al fractal base de la derecha que resulta como el triángulo de partida con dos lados incompletos y un ángulo recto como aditamento.

La Fig. 2 representa el conjunto fractálico que he situado hacia la desembocadura del Canal de Panamá, lado del Pacífico. En él son visibles el gran fractal base y 10 más pequeños a escalas diversas.

Y ¿A cuento de qué viene esto? se preguntarán ustedes. Pues de lo siguiente.

Siempre me ha llamado la atención que Vasco Núñez de Balboa (Jerez de los Caballeros, Badajoz, 1475 / Panamá, 1519), al dar nombre al mar que descubría, lo llamara Mar del Sur, cuando los mapamundis que vemos desmienten un tanto esa afirmación. Con ello pasa como lo que le ocurrió al

cateto aquel que había ido a Francia y, a su vuelta, un amigo le preguntaba por cómo se defendió con el francés.
-Pues chico, bastante bien, porque al pan lo llaman pain y al vino, vin, pero a veces la cosa se pone difícil, porque al queso, que estás viendo que es queso, lo llaman fromage …

N. de Balboa procedía del norte, de los reinos de los indios Caribes Caonabó y Guacanaguari y, parece ser que desde la costa de la provincia del Darién y no de la de la de la ciudad de Panamá (ambas igual de anfractuosas) vio por primera vez el Pacífico (como fue denominado más tarde por Magallanes al cruzar su Estrcho; después, ya era *el Lago español*). Pero esto es irrelevante para mi propósito. Lo que cuenta es que, según la Fig. 2, Vasco pudo tomar dos rutas: la que tomó orientada hacia el sur y la otra con su final hacia el oeste. De haberse puesto las gafas de lejos en la primera, se hubiera tropezado con la chepa de Colombia y Ecuador. En el caso de la segunda, habría visto las islas Filipinas. Como se ve, esto de los fractales es de mucha utilidad para aclarar las cosas.

Pasemos ahora a ver otro fractal paradigmático: El de Koch, con denominaciones alternativas de *isla triádica* o del *copo de nieve*.

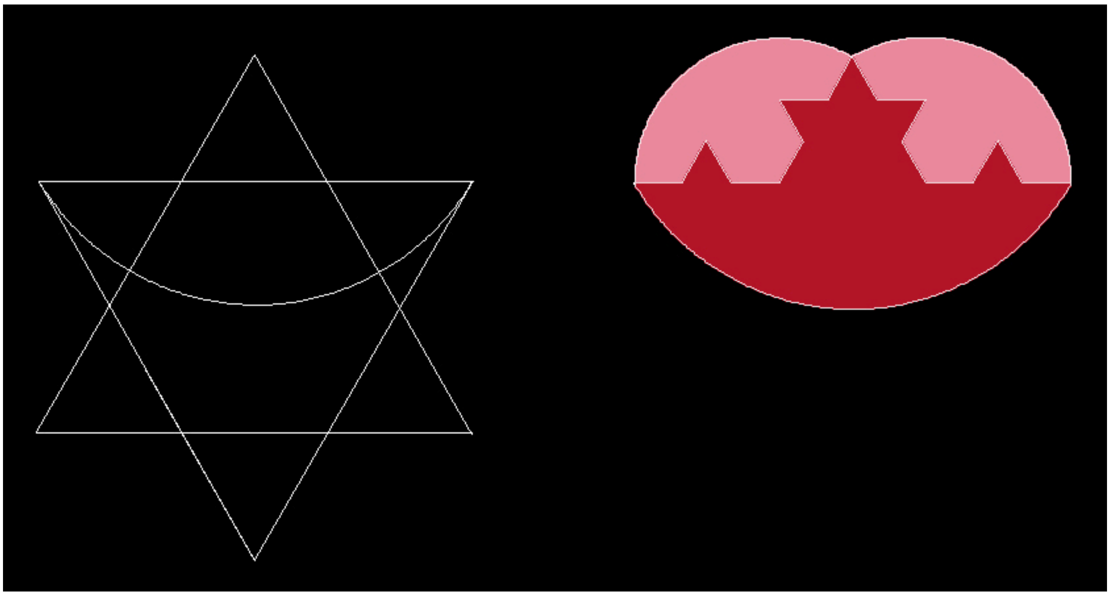

Fig. 3

La Fig.3 representa a la izquierda una estrella de David con el añadido de un arco. No es un polígono estrellado, aunque pueda parecerlo, porque sus n lados (n = 6) no son primos con su paso (p = 2). A la derecha muestra el generador de Koch. El arco inferior de éste es el mismo arco de la izquierda.

Dicho generador se ha obtenido así: Tómese el lado superior de la estrella y el pequeño triángulo centrado sobre él. A continuación, divídanse los 4 segmentos que resultan, descontando la base del triángulo central, en 3 partes iguales. Sobre cada segmento central, constrúyanse los correspondientes 4 triángulos equiláteros, todos iguales.

Si repetimos esta operación para los 6 lados de la estrella veremos a ésta convertida en otra de color rojo oscuro con sus lados tal como se ven haciendo frontera entre los colores rojo oscuro y rojo claro.

Lo siguiente será completar las dos estrellas rojo claro que aparecen iniciadas. Con todo ello tendremos una gran estrella oscura en el centro rodeada de 6 claras más pequeñas, encajando circularmente todas entre sí a manera de teselas.

Iterando lo dicho para construir un triángulo equilátero en el segmento central de los 4 segmentos obtenidos cada vez, se llega a obtener, en el límite, una gran como circunferencia de longitud infinita a base de estrellas cuyas áreas tienden a cero.

Mandelbrot ha calculado para este fractal una dimensió D = log 4 / log 3 = 1,2618.

No es banal que hayamos hecho antes referencia al fractal de Koch llamándolo *isla*. Dice Mandelbrot: "Una curva de Koch es un modelo de costa tosco pero evocador". Y calcula la dimensión D para la costa de la isla grande del Reino Unido obteniendo para ella el mismo valor 1,2618 mostrado antes.

Por cierto, a lo largo de todo el libro de Mandelbrot se habla repetidamente de la costa de Bretaña. Creo que se trata de un error de traducción. Debe decirse costa de la isla grande de la Gran Bretaña.

La Fig. 4 muestra esta isla que está dividida en tres países: Escocia, Inglaterra y Gales (Cornualles y sus tres condados próximos son ingleses). Resulta evidente lo anfractuosa que es su costa. La he enmarcado en negro, poligonalmente y a ojo, intentando compensar las superficies de mar y tierra que deben compensarse para que el área enmarcada sea igual al real del terreno.

Fig. 4

Con ello queda clara una cosa fundamental, y es que la longitud real de la costa de la isla es mucho mayor que el perímetro negro. Si quisiéramos enmendar esto podríamos utilizar un compás de puntas, aplicarlo sucesivamente a la costa real, contrastar cada vez su apertura con una determinada regla de medir (que tendrá, naturalmente su resolución), y sumar las medidas.

La conclusión es que, según se haga la medición, el resultado sería distinto (dependiendo, además, de las mareas, de si ciertas rocas son consideradas del mar o de la tierra, etc.). Lo que queda claro es que si la apertura del compás de puntas tiende a cero, la longitud de costa tiende a infinito, que es razón suficiente para que este tipo de mediciones sea objeto de un análisis fractálico.

Bibliografía

La geometría fractal de la naturaleza, de Benoît Mandelbrot. Editorial Tusquets, 2009. 662 páginas.

El libro de las Matemáticas, de Clifford A. Pickover (de Pitágoras a la 57º dimensión; 250 hitos de la historia de las Matemáticas). ILUS BOOKS S.L. 526 páginas.