

ProbTricolor

Hallar el área del triángulo ABC de la Fig. 1 sabiendo que los dígitos representan el valor del área de cada paralelogramo coloreado.

SOLUCIÓN

Como diría el actor José Sacristán, que decía su padre, "lo primero es antes".

Lo primero que se ve es que la Fig. 1 no está dibujada con exactitud, aunque ello sea irrelevante.

En segundo lugar se aprecia que, tomados por parejas los tres paralelogramos de la Fig. 2 (numerados según sus áreas), resulta que $x = 2y$; $r = 3s$; $u = 1,5 v$.

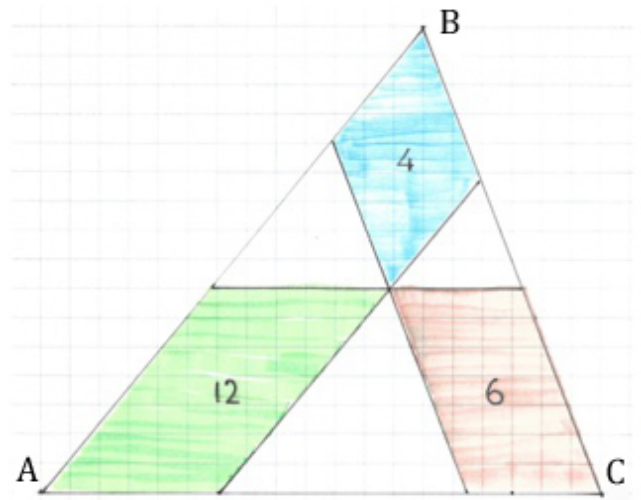


Fig. 1

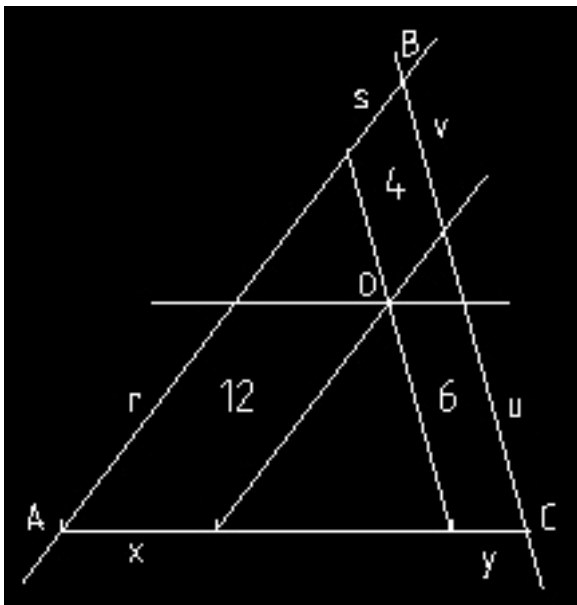


Fig. 2

Como dos paralelogramos pareja tienen la misma altura, sus bases están en igual proporción que sus áreas.

Aunque la Fig. 2 tampoco está dibujada con exactitud (pero sí, casi), no se nota a la vista, porque en ella sí es cierto que $x = 2y$ (cosa que la cuadrícula de la Fig. 1 canta como anomalía).

La verdad es que me ha costado dar con la solución que, al final, ha venido de la mano de mi LibreCAD después de bastantes tanteos.

Opté por construir el triángulo ABC partiendo de una base cualquiera AC que contuviera en sus extremos los segmentos, también arbitrarios x , y tales que $x = 2y$.

Fijé, a continuación, el punto O que habría de quedar en el interior de ABC, para unirlo con los correspondientes extremos de x y de y . A partir de ahí es cuestión de trazar todas las paralelas triangulatorias necesarias, observando algo que resultó decisivo: Si el segmento y está muy próximo al x , ABC resulta picudo, y si está lejos se convierte en chaparro.

En ambos extremos se pierden las relaciones $x = 2y$; $r = 3s$; $u = 1,5 v$, así que hay que horquillar la solución a la mayor exactitud deseada conservando siempre O, acercando y a x , lo justo y , claro, corriendo C mientras se conserva A.

Con un par de tanteos de horquilla se consigue que se mantengan las tres relaciones indicadas. La solución que yo he encontrado da entonces, para el triángulo ABC un área de 36.

OTRA SOLUCIÓN más elegante (sin horquilla)

Rebautizando la Fig. 2 como la 3, tendremos:

$$AD / EC = 2$$

$$CF / GB = EL / LH = 3 / 2$$

Según Fig. 4, es

$$EL / LH = ED / AD$$

$$ED / AD = 3 / 2$$

* Si partimos de que $AD = 2$ y $EC = 1$, será

$$ED = 3 AD / 2 = 3$$

X es un triángulo de la misma altura que el paralelogramo 6; como tiene una base tres veces mayor, el área de X será igual a $(1 / 2) ED (6 / 1) = 9$

Como los triángulos X, Y, Z son semejantes, será:

$$X / Y = (DE^2 / JL^2) = (3 / 2)^2$$

$$Y = 9 / (9 / 4) = 4$$

$$X / Z = (DE^2 / LF^2) = (3 / 1)^2 = 9$$

$$Z = X / 9 = 1$$

Por fin será:

$$ABC = 12 + 6 + 4 + 9 + 4 + 1 = 36$$

Sólo me queda la reserva de que al principio sabemos solamente que $AD / EC = 2$, y en * afirmamos, además, que $AD = 2$ y $EC = 1$. La realidad es que con esa afirmación se cumple el encaje de los datos de partida con los del resultado... , cosa que se parece mucho a lo del horquillado de la primera solución.

Fig. 3

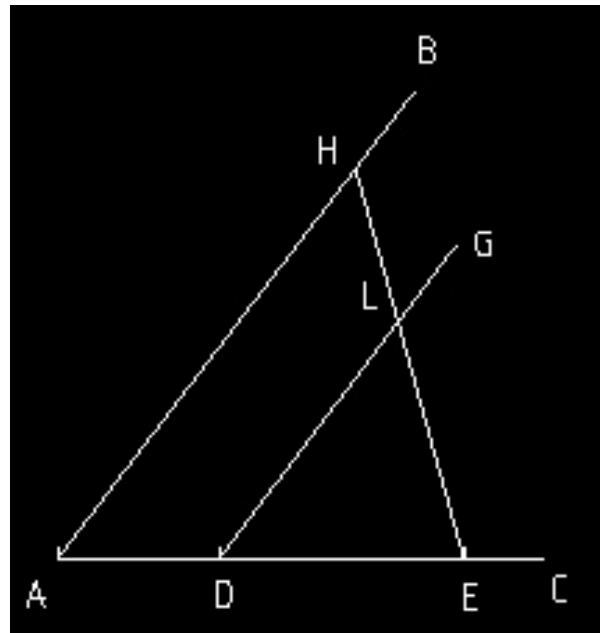
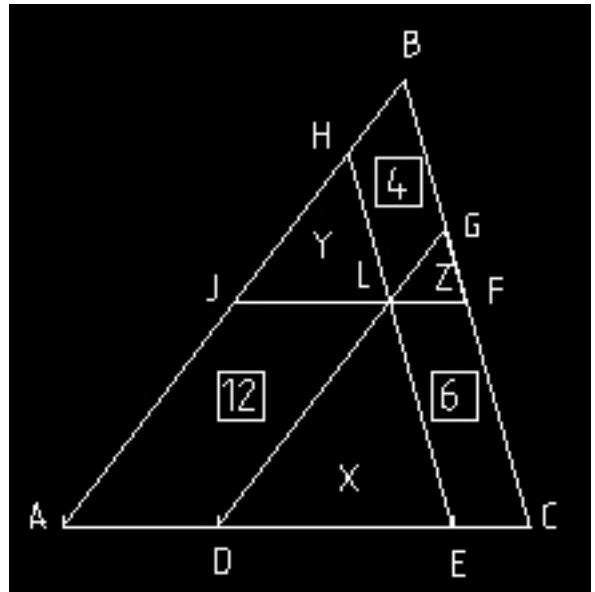


Fig. 4



CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández