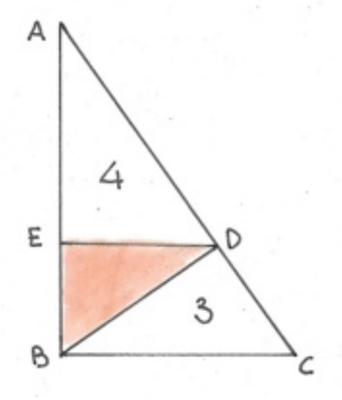
ProbTrestri



En la Fig. 1 aparecen cinco triángulos rectángulos, dos de los cuales tienen áreas respectivas de 3 y 4.

Se pide hallar el área del triángulo rojo BED, y dibujar la figura completa con precisión.

Fig. 1

SOLUCIÓN

En la Fig.1 hay datos suficientes para establecer relaciones entre sus componentes que puedan conducir a ecuaciones, tanto algebraicas como trigonométricas que resuelvan el problema.

Yo he compuesto un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas que, teóricamente, deben dar la solución.

Otro tanto he conseguido con una sola ecuación trigonométrica. Pero en ambos casos el planteamiento conduce a un cúmulo de ecuaciones donde se mezclan incógnitas en forma lineal, cuadrática y trigonométrica que convierten el planteamiento en inviable.

Decidí, pues, ayudado de CAD, optar por esta solución:

Dibujar como cateto menor del triángulo mayor un segmento BC cualquiera (Fig.2). Añadir como cateto mayor un rayo vertical desde B de longitud indefinida.

Trazar la circunferencia de diámetro BC

Trazar desde C otro rayo que forme con BC un ángulo cualquiera, parecido al de la Fig. 1, pero sin importar demasiado tal precisión. Yo hice >C = 50º. Ver la intersección de este rayo con el cateto mayor.

Desde la intersección del rayo por C con la circunferencia, trazar la perpendicular al cateto vertical. Ya tenemos definidos los triángulos de áreas 3 y 4.

Pedimos a CAD que nos mida esas áreas a sabiendas de que lo que buscamos es que la marcada con 3 tenga un área 0,75 veces de la marcada con 4.

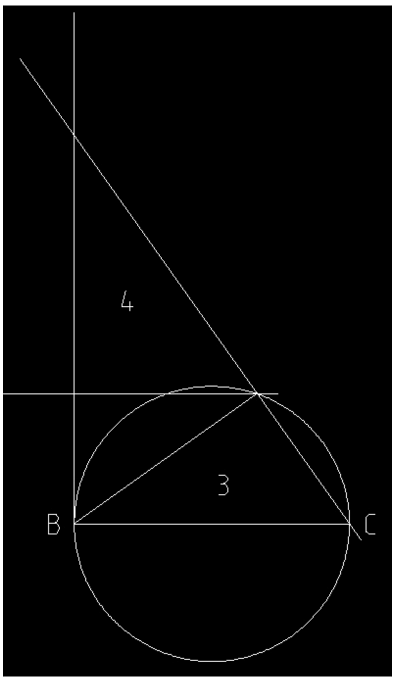


Fig. 2

A la vista del resultado de esas medidas, se va ajustando el valor de >C hasta conseguir el cociente 0,75. Partiendo de los reseñados 50º yo he llegado al valor exacto deseado para el ángulo C = 54,7º. Han bastado cuatro tanteos: dos para una aproximación basta y otros dos para la fina. De hecho, la Fig. 2 refleja tal precisión.

Acto seguido, CAD nos da el área del triángulo rojo que está en la Fig. 1, y que resulta ser la mitad de la del marcado con 4, es decir, un área 2.

Con todo ello se ha dado cumplimiento a las dos exigencias del planteamiento.

Si en lugar de seguir el proceso anterior hubiera tenido la intuición de pensar que la solución podría ser 2, procedería la siguiente comprobación.

Si 2 es el área del triángulo en blanco de la Fig. 3, como el 4 tiene la misma altura que él, éste ha de tener una base doble, es decir el cateto grande podría marcarse como dividido en tres partes iguales (tal se ve en la Fig. 3). Igualmente se puede dividir en tres partes iguales la hipotenusa del triángulo grande.

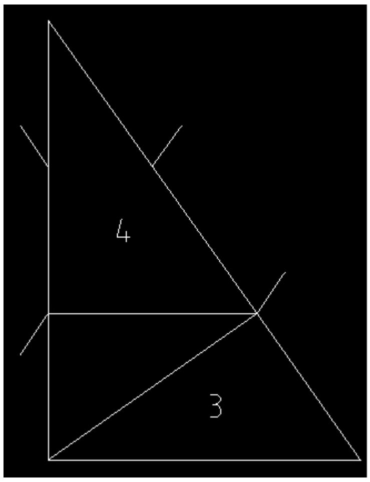


Fig. 3

Según lo anterior, el triángulo 2 + 4, de área 6, que tiene la misma altura que el 3, tendrá una base doble que éste, cosa también evidenciada en dicha Fig. 3.

RESUMIENDO:
Si a cualquier triángulo rectángulo se le divide su hipotenusa en tres partes iguales y luego se configura su interior como la Fig. 1, dicho interior queda dividido en tres triángulos rectángulos cuyas áreas, reducidas a la unidad son 2, 3 y 4.

RESUMIENDO más:

Los cinco triángulos de la Fig. 1 son semejantes, así que podemos escribir:

$$\frac{4+x}{3} = \frac{4}{x}$$

$12 = 4x + x^2$
$x^2 + 4x - 12 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+48}}{2} = \frac{-4+8}{2} = 2$$

CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández