



CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández

ProbTrascendente

Sea el número

0, 110001000000000000000001...

¿Podría usted decir cual es el siguiente número mayor que el mostrado y que esté acorde con la generación de éste?

SOLUCIÓN

Antes de darla, veamos el proceso de generación.

Hallemos los factoriales de los sucesivos números naturales:

$$1! = 1$$

$$2! = 2$$

$$3! = 6$$

$$4! = 24$$

$$5! = 120$$

$$6! = 720$$

$$7! = 5040$$

.....

Observando que el número mostrado es un decimal que sólo contiene ceros y unos, se ve que los unos ocupan, sucesivamente, las posiciones 1, 2, 6 y 24 a partir de la coma; el resto de cifras son ceros. Esas cuatro posiciones se corresponden con los factoriales de los cinco primeros números naturales.

El número siguiente al mostrado (que ha de ser un poquito mayor que éste), será:

Posición:	12	6		24			120
	0, 110001000000000000000001...			<120 - 24 - 1 = 95 ceros>	...		1
factorial de:	12	3		4			5

El matemático francés Liouville demostró en 1844 que ese número es trascendente, cosa que es muy difícil de conseguir. Es tan trascendente como $\pi = 3,1415927$ ó $e = 2,7182818$

Un número trascendente no es solución de ninguna ecuación polinómica con coeficientes racionales.

Si llamamos L al número propuesto, su fórmula resulta ser

$$L = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^{n!}}$$

Veamos su generación mediante la fórmula:

$$n = 1 \quad L = 0,1$$

$$n = 2 \quad L = 0,1 + 1 / 10^2 = 0,11$$

$$n = 3 \quad L = 0,11 + 1 / 10^6 = 0,110001$$

$$n = 4 \quad L = 0,110001 + 1 / 10^{24} = 0, 110001000000000000000001$$

.....