ProbRomboide

Dado el romboide ABCD y la recta r, mover ésta paralelamente a sí misma de forma que divida a aquel en dos partes iguales (Fig. 1).

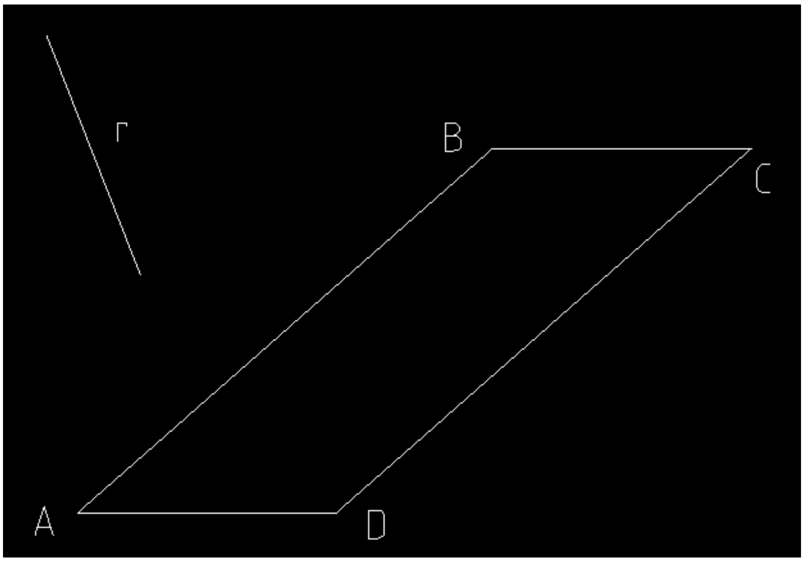

Fig. 1

SOLUCIÓN

Según Fig.2, trazar por D y B sendas paralelas a r y, a continuación, obtener la paralela media s (en rojo) que producirá los puntos E y F.

En dicha figura se observa que los dos triángulos vistos son congruentes: Tienen iguales un lado (el menor del romboide base) y sus dos ángulos adyacentes (uno de ellos es el menor del romboide base y los otros tienen sus lados paralelos).

La paralela media s produce el efecto de que FD = EB y ello demuestra que los dos romboides que hay entre los dos triángulos, son iguales.

Ello equivale a demostrar que los dos trapecios ADFE y FEBC son congruentes, es decir, que tienen la misma área (tienen la misma altura y la misma semisuma de sus bases): El segmento EF divide al romboide base en dos partes iguales.

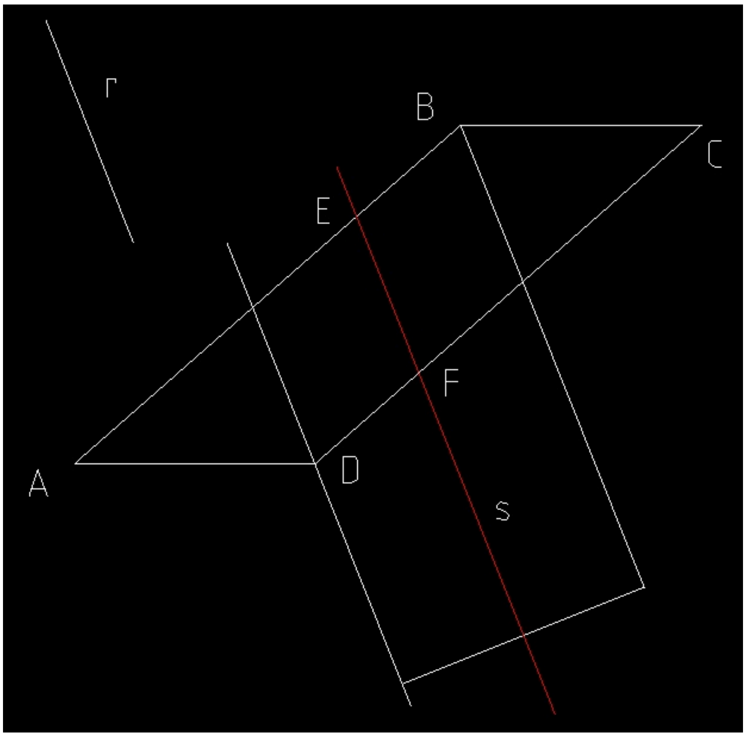

Fig. 2

Lo más sencillo: Paralela a r por el centro del romboide (punto de corte de sus diagonales).

UNA VARIANTE
Dividir el romboide en dos partes por la misma recta r, de manera que una tenga doble área que la otra.

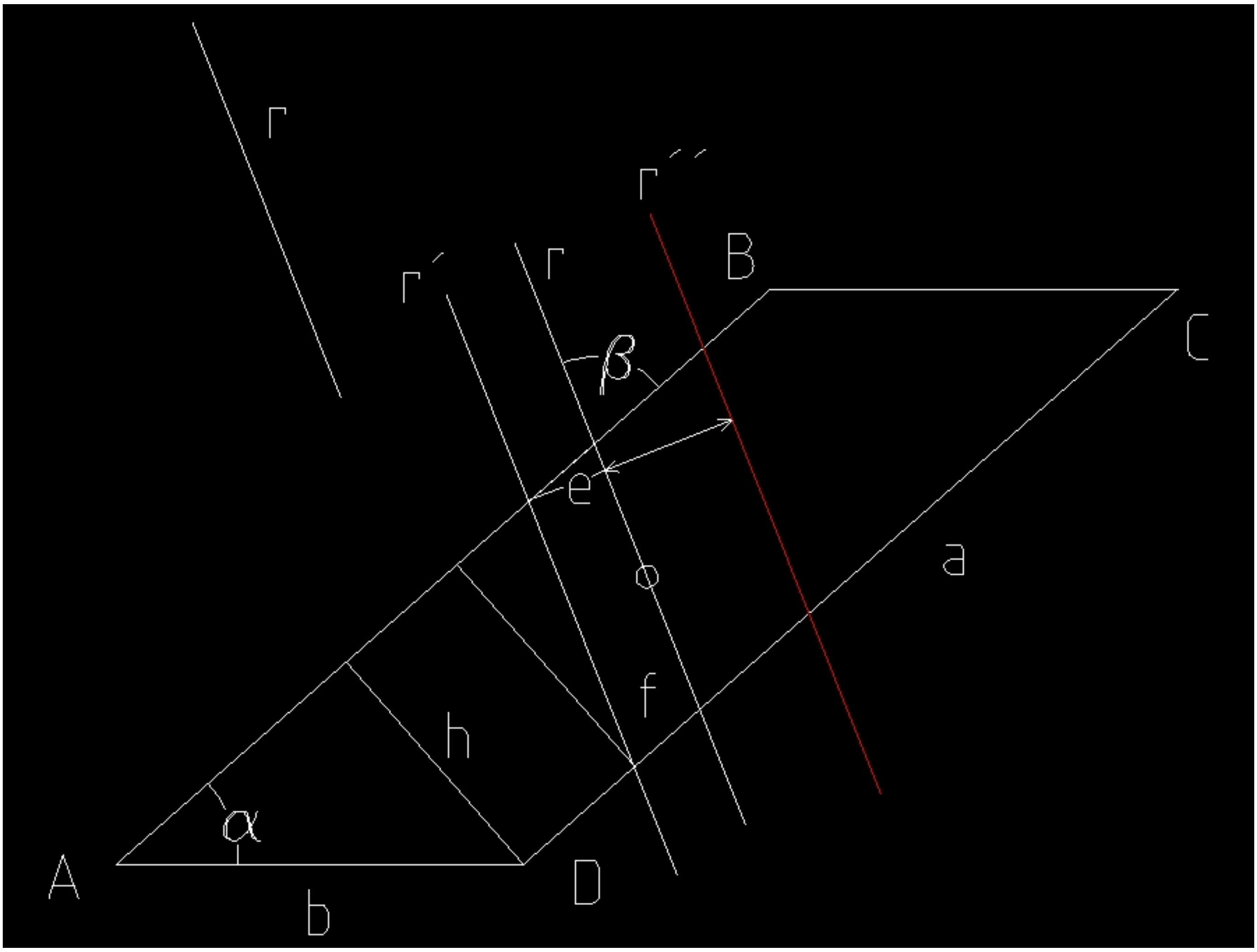

Fig. 3

Sea el romboide ABCD (Fig.3) definido por sus lados a y b, y por su ángulo α. Además, el ángulo β relaciona las posiciones del romboide y de la recta r de manera que ésta, manteniéndose paralela a sí misma, pueda fijarse en cualquier posición respecto del romboide.

Antes de seguir hay que añadir algo importante. Si *r* es paralela a cualquiera de los lados del romboide, la solución es inmediata: de ser paralela a *b*, se divide *a* en tres partes iguales de manera que una de ellas determinará (mediante una paralela a *b*) en el gran romboide un tercio de su área, por un lado y, por el otro, la otra parte de 2 / 3. Análogamente se hará si *r* es paralela a *a*.

El problema es cuando *r* no es paralela a ninguno de los dos lados del romboide. Tal como está representada sobre éste, pasa por su centro (el circulito sobre r) dividiendo a aquel en dos partes congruentes.

Si llamamos F al área del romboide ABCD, será F = a × h.

Analicemos la maniobra de copiar r a r´, produciendo el pequeño romboide de área f.
Como r dividía a F en dos partes de igual área, r´ producirá el efecto de que esas dos partes se han convertido en una de área (F / 2) + f y otra de área (F / 2) – f. Si pretendemos que una sea doble que la otra, será:

$$(F / 2) + f = 2((F / 2) - f)$$

$$f = F / 2 - 2f$$
$$3f = F / 2$$
$$f = F / 6 \tag{1}$$

Veamos cómo relacionar en el dibujo f y F.

La base del romboide f mide h / sen β. Hallemos su altura e cumpliéndose (1)

$$(h / \text{sen } \beta) \times e = a \times h / 6$$

$$e = a \text{ sen } \beta / 6$$

Desplazando r paralelamente a sí misma la magnitud e (en cualquiera de los dos sentidos), queda resuelto el problema.

En el dibujo se ha desplazado r hasta r´´ (en rojo) tanto como la longitud del segmento flechado que se obtiene para e con los datos a y β de dicho dibujo. La parte más pequeña resultante de la división es el trapecio limpio que queda a la derecha de r´´, el cual es la tercera parte del romboide de partida y la mitad del otro trapecio que queda a la izquierda de r´´. Todo ello da una comprobación satisfactoria con LIBRECAD.

PRECAUCIÓN

Hay que advertir que pueden encontrarse por ahí soluciones a esta variante. que no son del todo buenas. Vamos a analizar una.

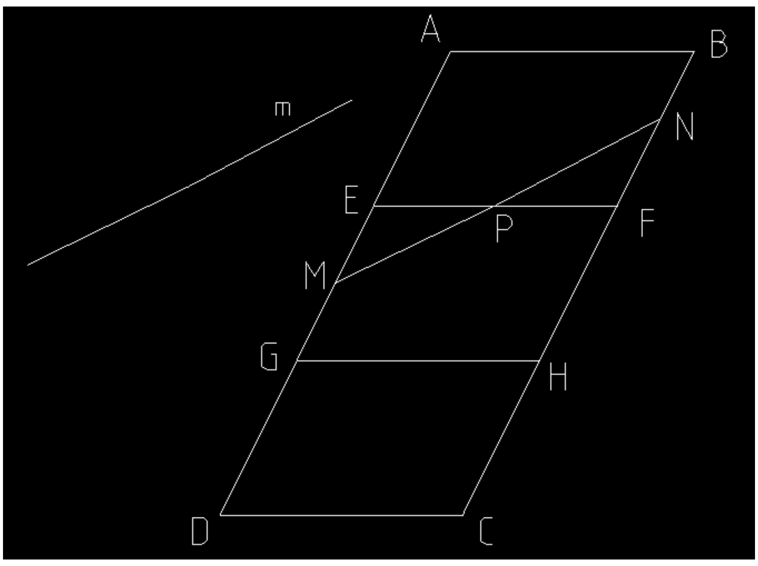

Fig. 4

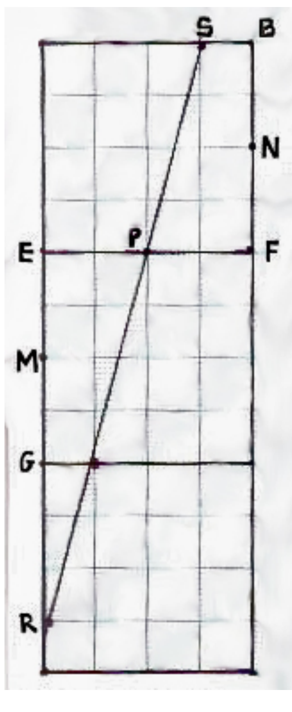

Fig. 5

En la Fig. 4 el romboide se ha dividido en tres partes iguales mediante sendas rectas horizontales. Así aparecen tres pequeños romboides iguales. Luego, por P, punto medio de EF, se ha trazado MN paralela a m. El resultado es que MN divide al gran romboide en dos trapecios: el superior ABNM y el inferior MNCD. Se puede apreciar que el primero tiene un área mitad que el segundo ya que siendo iguales los triángulos EPM y FPN, también serán iguales los trapecios ABNM y MGHN, sumando entre los dos las dos terceras partes superiores del gran romboide. La tercera parte inferior queda para el trapecio inferior MNCD. Así resulta el gran romboide dividido en dos trapecios: el superior de área igual a 1 / 3 del romboide de partida, y el inferior de área 2 / 3.

Hasta aquí todo perfecto según la posición en que partíamos para m. Pero hagamos la correspondiente discusión. El que m haya de pasar por P admite que, en principio, pueda adoptar cualquier postura en un giro de 360 º. Si pasando por P fuera horizontal, evidentemente, dividiría al gran romboide en dos trapecios de áreas en proporción 1 / 2. Pero si su giro la lleva a una posición paralela a AD el resultado sería la división del gran romboide en dos partes iguales.

Entre estas dos posiciones extremas de m, la buena y la mala, ¿Dónde está la frontera entre el bien y el mal y, qué pasa en las situaciones intermedias?

Esto se ve en la Fig. 5 en la que el gran romboide se ha convertido en un rectángulo que facilita la visión de lo que sucede sin comprometer su verosimilitud. El rectángulo está hecho de tres cuadrados iguales con sus cuadraditos.

Pivotemos la recta cisoria MN (representada por sus extremos, aunque no materializada) en torno de P. Cuando ella ocupe la posición horizontal EF dividirá el rectángulo en dos partes tales que una será el doble que la otra (un cuadrado arriba y dos abajo).

Giremos después EF en sentido antihorario hasta convertirse en GPB (no materializada). Durante este giro de unos 63º se sigue manteniendo la proporción de áreas de dos a uno: hemos llegado a l a frontera entre el bien y el mal. Tal es así que, si seguimos girando la recta cisoria hasta colocarla vertical, la tendremos en esta posición dividiendo el gran rectángulo en dos partes iguales.

Veamos la posición intermedia RPS: deja a su derecha un área de 30,5 cuadraditos, y a su izquierda otra de 17,5. El rectángulo total contiene 48 cuadraditos. Está claro que $30,5 < 2 \times 17,5$. Al seguir girando la recta cisoria el primer término de la desigualdad irá creciendo hasta igualarse con el segundo que decrecerá.

Se ve pues, que la solución discutida es buena sólo para ciertas posiciones de la recta piloto, pero no para todas. Y lo que se necesita es que sea buena para todas. Como la que se obtiene en la propuesta de barrido de la recta cisoria por valor de 1 / 6 del área total del romboide, según Fig. 3. Como solía decir mi abuela Paca, “las apariencias engañan”.

CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández