Tenemos una tapia formando un rincón mediante los rectángulos a, b, c, d, e, f, referida a los ejes de coordenadas XYZ.

Las dimensiones de esos rectángulos son:
$a \equiv 4 \times 10$
$b \equiv 1 \times 10$
$c \equiv 1 \times 10$
$d \equiv 2 \times 10$
$e \equiv 1 \times 10$
$f \equiv 3 \times 10$

Se pide la representación de la tapia después de cortarla por el plano RST, que llamaremos g.

SOLUCIÓN

Del enunciado se deduce que las coordenadas de los puntos RST son (Fig. 1):

$R \equiv (x = 0; y = 0; z = 10)$
$S \equiv (x = 5; y = -1; z = 0)$
$T \equiv (x = -1; y = 5; z = 0)$

Calculando las longitudes de los lados del triángulo RST, tenemos:
$r = 8{,}5$
$s = t = 11{,}2$

La ecuación del plano RST será:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 0 & 0 & 10 & 1 \\ 5 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

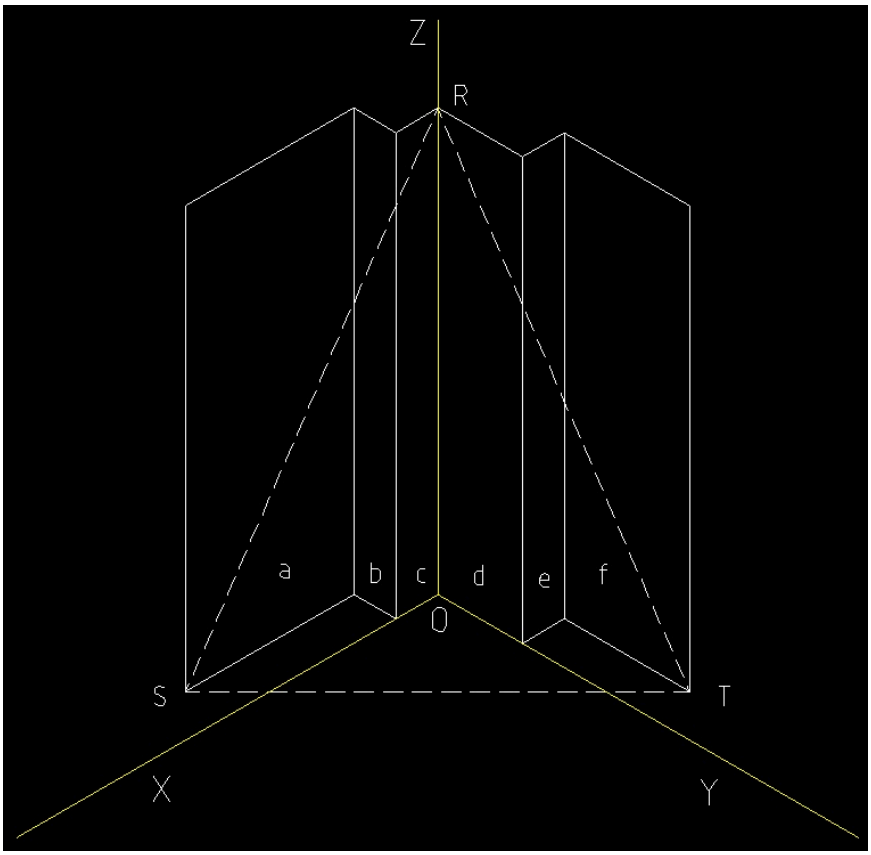

Fig. 1

Es decir,

$g \equiv 15x + 15y + 6z = 60$

Veamos cuales son las ecuaciones de los distintos planos a, b … e,f.

$a \equiv y = -1$
$b \equiv x = 1$
$c \equiv y = 0$

$d \equiv x = 0$
$e \equiv y = 2$
$f \equiv x = -1$

Hallemos, por fin, las rectas intersección del plano g con cada uno de los a, b … e,f. para conseguir dos puntos de ellas que son los necesarios para materializarlas. Veamos el caso del plano a:

$$\left.\begin{array}{l} 15\,x + 15\,y + 6\,z = 60 \\ \\ y = -1 \end{array}\right\} \text{Recta ga} \quad 15\,x - 15 + 6\,z = 60 \quad 15\,x + 6\,z = 75$$

Como se puede comprobar, el punto U (1, -1, 10) está en la recta ga. Como S también lo está por ser de los dos planos, la intersección ga será la roja SU de Fig. 2.

Haciendo x = 0 en la ecuación se obtiene un punto de z = 12,5 que conduce a z =10 en el rectángulo *a*:
z / 10 = 5 / 4, luego la z de U es 10.

De la recta gb ya tenemos un punto, el U; busquemos otro..

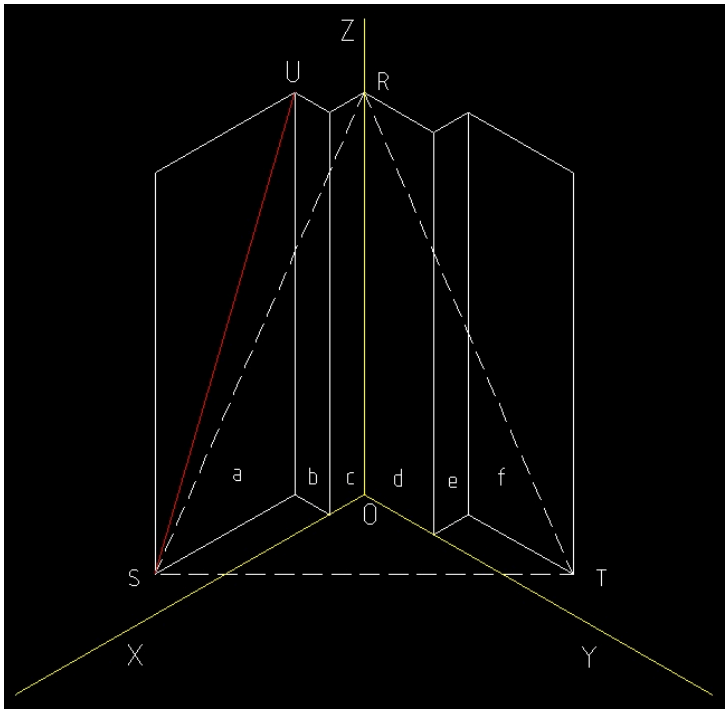

Fig. 2

$$\left.\begin{array}{l} 15\,x + 15\,y + 6\,z = 60 \\ \\ x = 1 \end{array}\right\} \text{Recta gb} \quad 15 + 15\,y + 6\,z = 60 \quad 15\,y + 6\,z = 45$$

Haciendo y = 0 es z = 7,5
Haciendo z = 0 es y = 3

Así tendremos como puntos en gb, a (1; 0; 7,5) y (1; 3; 0). En la Fig. 3 se ve cómo estos dos puntos determinan la recta cuyo tramo superior en rojo es la respuesta a la intersección gb (es el trozo contenido en el plano b).

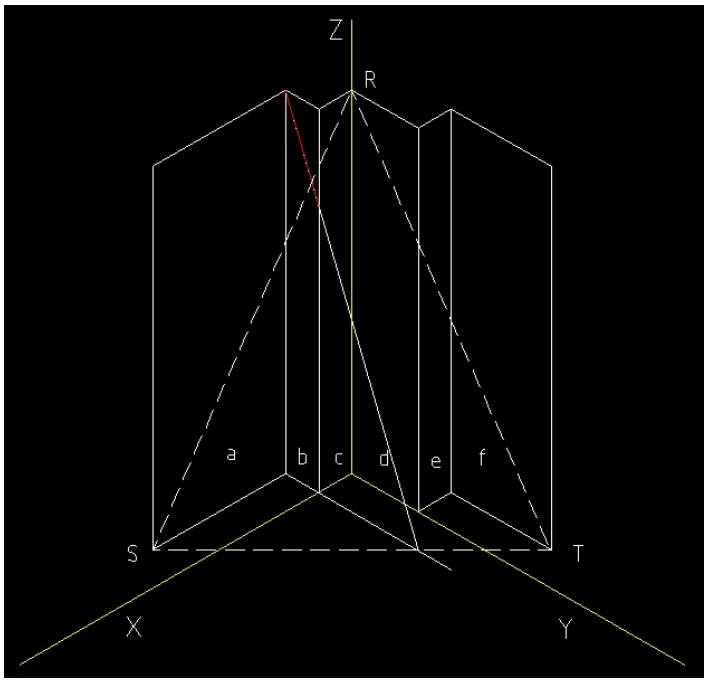

Fig. 3

Recta gc (Fig. 4)

$$\left.\begin{array}{l} 15\,x + 15\,y + 6\,z = 60 \\ \\ y = 0 \end{array}\right\} \text{Recta gc} \quad 15\,x + 6\,z = 60$$

Haciendo x = 0 es z = 10
Haciendo z = 0 es x = 4

Así tendremos como puntos en gc, a (0; 0; 10) y (4; 0; 0). En la Fig. 4 se ve cómo estos dos puntos determinan la recta cuyo tramo superior en rojo es la respuesta a la intersección gc.

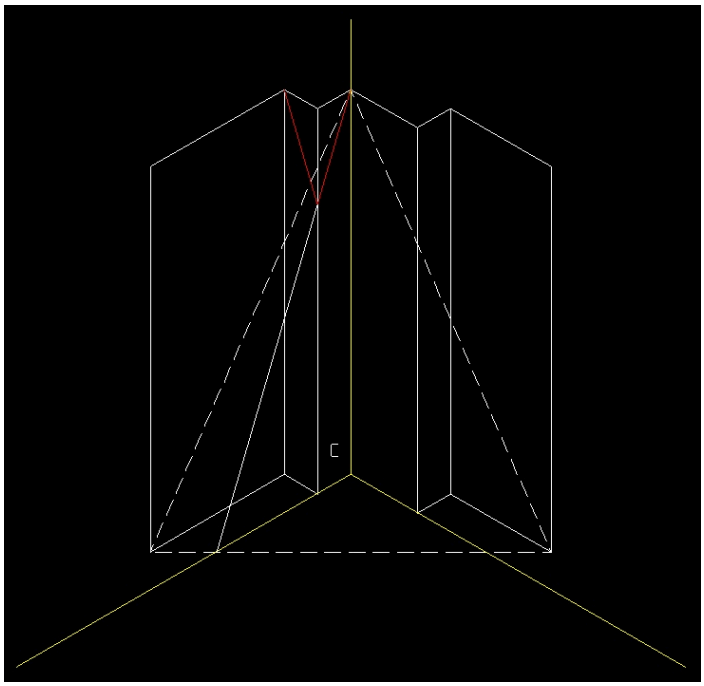

Fig. 4

Recta gd (Fig. 5)

$$\left.\begin{array}{l} 15\,x + 15\,y + 6\,z = 60 \\ \\ x = 0 \end{array}\right\} \text{Recta gd} \quad 15\,y + 6\,z = 60$$

Haciendo y = 0 es z=10
Haciendo z = 0 es y = 4

Así tendremos como puntos en gc, a (0; 0; 10) y (0; 4; 0). En la Fig. 5 se ve cómo estos dos puntos determinan la recta cuyo tramo superior en rojo, partiendo de R es la respuesta a la intersección gd.

El punto inferior tendrá una cota z = 10 / 2 = 5.

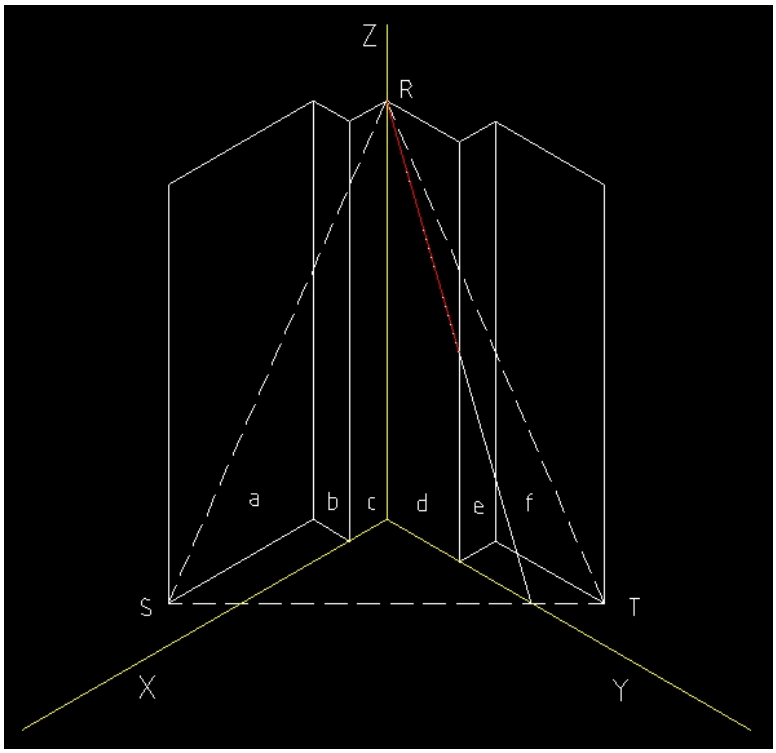

Fig. 5

Recta ge (Fig. 6)

$$\left.\begin{array}{l} 15\,x + 15\,y + 6\,z = 60 \\ \\ y = 2 \end{array}\right\} \text{Recta ge} \quad 15\,x + 6\,z = 30$$

Haciendo x = 0 es z= 5
Haciendo z = 0 es x = 2

Así tendremos como puntos en ge, a (0; 2; 5) y (2; 2; 0). En la Fig. 5 se ve cómo estos dos puntos determinan la recta cuyo tramo superior en rojo, es la respuesta a la intersección ge.

La z del extremo superior vale 3 x 5 / 2 = 7,5.

La recta gf es de construcción directa ya que ha de pasar por T y por el punto superior de ge recién obtenido.

Así pues, ya podemos ver en la Fig. 7 los seis segmentos rojos de intersección del plano g con la tapia.

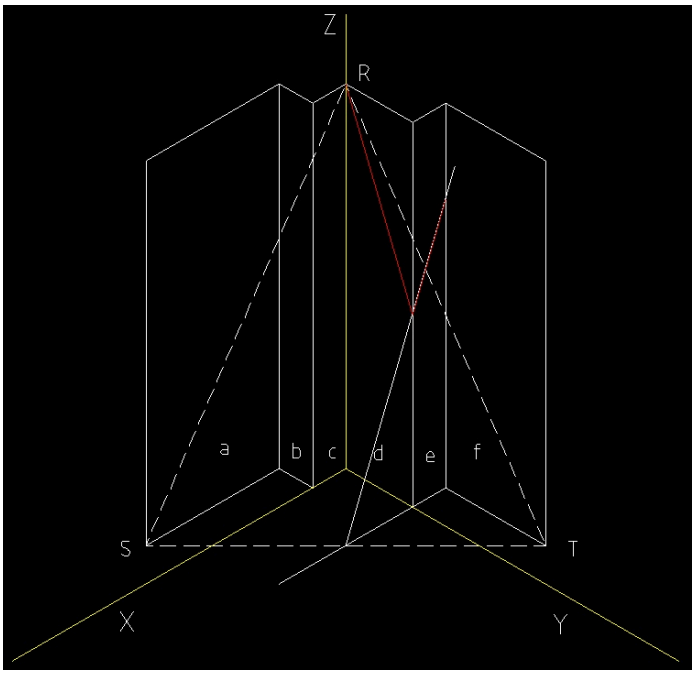

Fig. 6

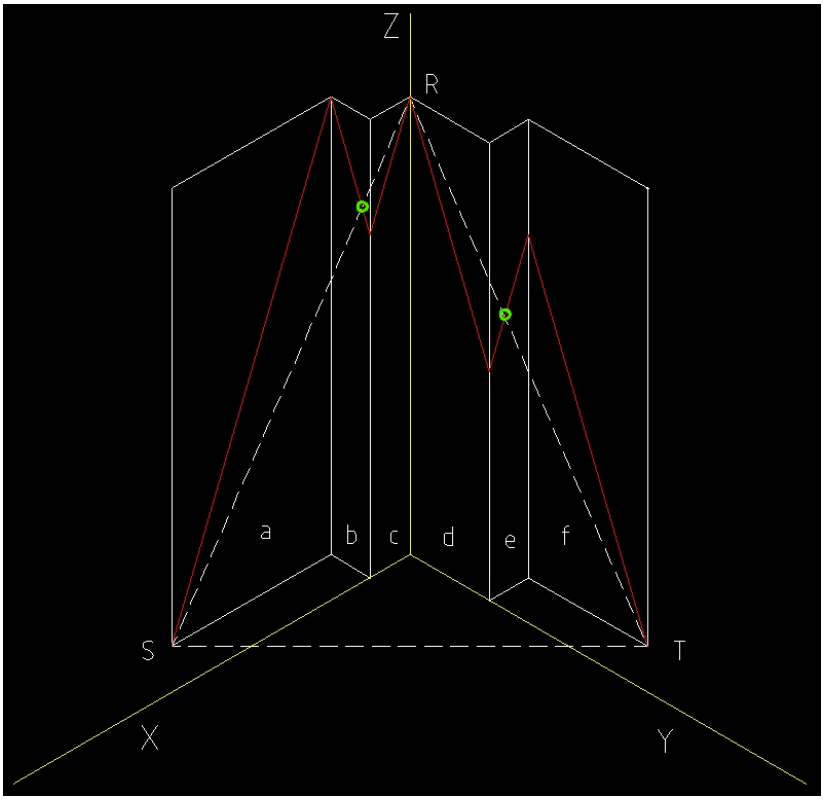

Fig. 7

Como se ve, la línea quebrada roja es coplanaria con el plano determinado por el triángulo RST. Sin embargo, el perímetro de este triángulo sólo tiene cinco puntos en la tapia: sus tres vértices y los dos puntos verdes de Fig.7. La Fig. 8 es la foto que se corresponde con dicha Fig. 7.

Hasta aquí, las ocho figuras han mostrado lo que ocurre en el rincón de la tapia. Ya es momento de ver lo que ocurre con la esquina de la tapia mirando las dos últimas fotografías. La Fig. 9 muestra simplemente la quebrada roja de intersección tapia / plano g.

En la Fig. 9 la tapia aparece cortada mostrando nada más su parte baja que permanece. El corte lo ha producido el informe plano *g* de color rojo oscuro. Lo dicho antes a propósito de los puntos verdes se pondría de manifiesto en esta Fig. 9 si en lugar de aplicar el gran plano g hubiéramos puesto en su lugar el triángulo RST.

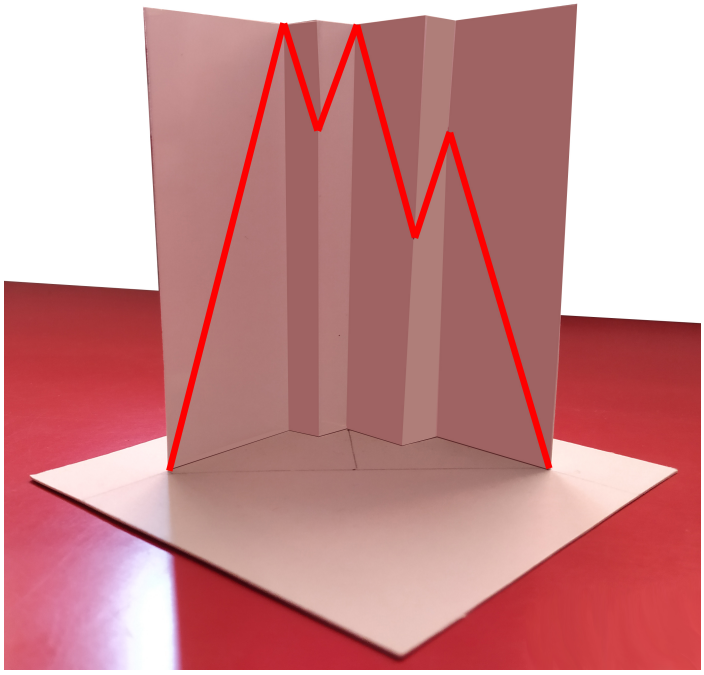

Fig. 8

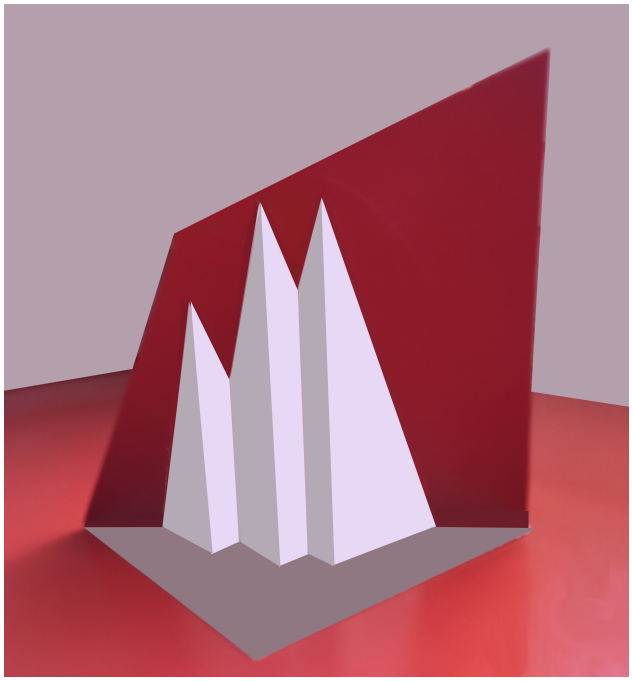

Fig. 9

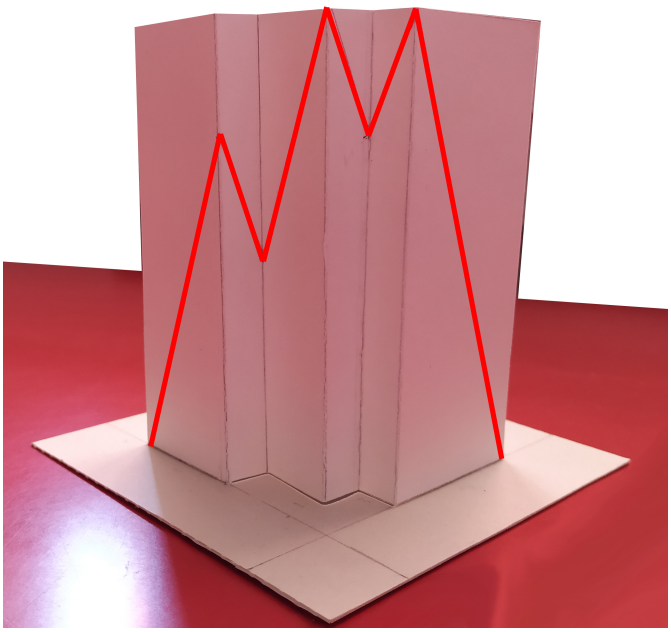

Fig. 10

La Fig. 10 es la foto de la esquina de la tapia antes de ser cortada por el plano g.