ProbMediana

Dado un triángulo acutángulo (Fig. 1), demostrar que las distancias desde los puntos medios de dos de sus lados (S, T) a la mediana AR correspondiente al vértice común de dichos lados, son iguales.

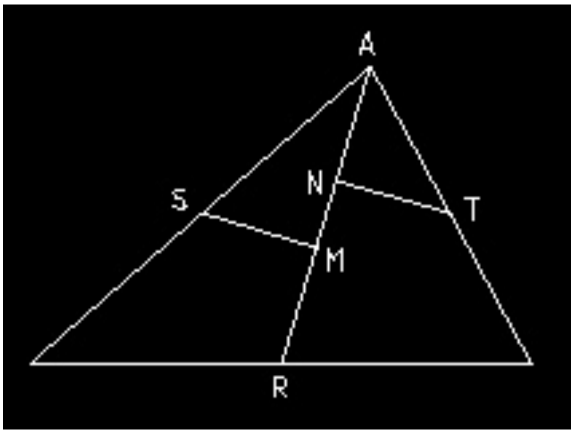

Fig. 1

SOLUCIÓN

Serán iguales si las áreas de los triángulos ASR y ATR son iguales (Fig. 2). Teniendo ambos su base AR común, deberán tener también iguales sus alturas SM y TN.

Demostremos la igualdad de áreas ASR = ATR:

Según el teorema de Tales es SR = AT y SA = RT. Por tanto los triángulos ASR y ATR son congruentes (tienen la misma área).

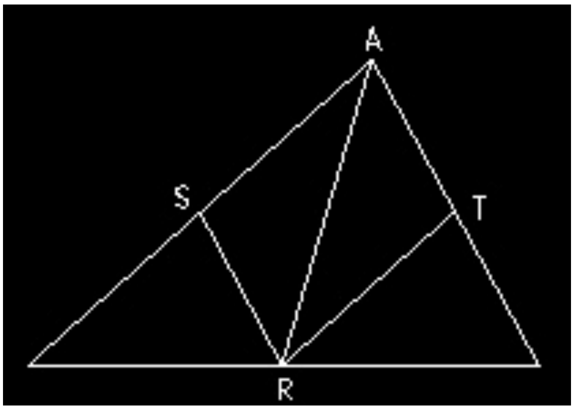

Fig. 2

--ooOoo--

OTRO

Demostrar que los seis triángulos que determinan las tres medianas (Fig. 3) tienen la misma área.

SOLUCIÓN

v = w porque ambos tienen bases iguales (la mitad del lado AB), y la misma altura (distancia de G a AB). Lo mismo se puede decir de las otras dos parejas, así que será:
v = w
x = y
z = u

Por razón análoga tenemos que

ARB = ARC
BSA = BSC
CTA = CTB

Sustituyendo:

(1) $v + w + x = u + y + z$
(2) $u + v + w = x + y + z$
(3) $u + v + z = w + x + y$

(1) - (2) $x = u$
(1) - (3) $w + x - u - z = u + z - w - x$
$w + x = u + z$
(2) - (3) $w - z = y + z - w - y$
$w = z$
Llevando (2) - (3) a (1) queda que $v = y$.

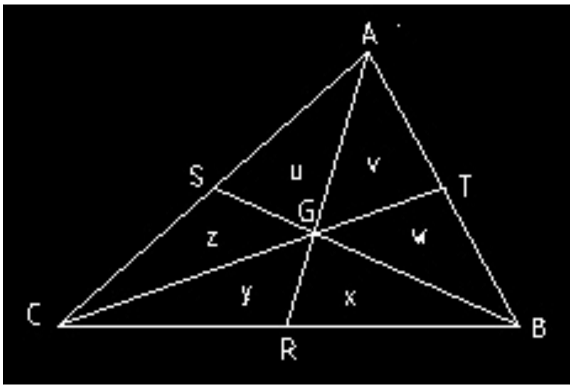

Fig. 3

Con todo ello se deduce que los seis triángulos de letra pequeña en la Fig. 3 son iguales. Hay que aclarar que cuando ahora hablamos de triángulos iguales estamos refiriéndonos a triángulos de igual área que en realidad no son ni iguales ni congruentes:

$$u = v = w = x = y = z$$

--ooOoo--

CAPRICHOS ingenieros

Jesús de la Peña Hernández