ProbInscrito

Dado el cuadrado de lado x (desconocido) según la Fig. 1, hallar el área del triángulo V inscrito en el cuadrado, sabiendo que los otros tres triángulos rectángulos marcados según la figura, tienen, respectivamente, áreas 3, 4 y 5.

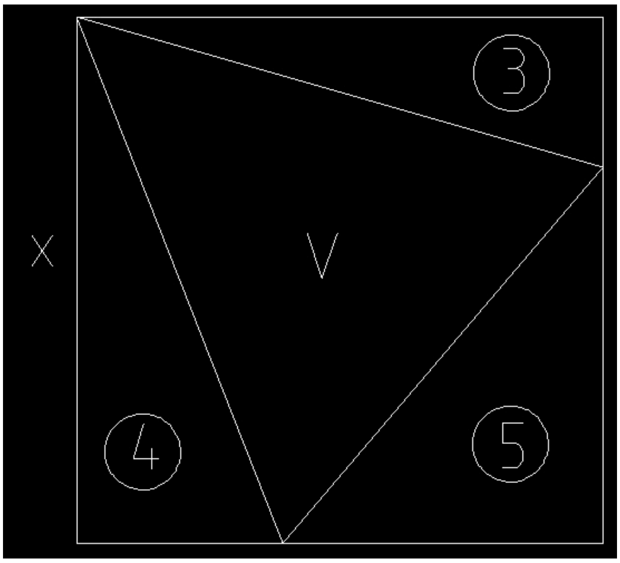
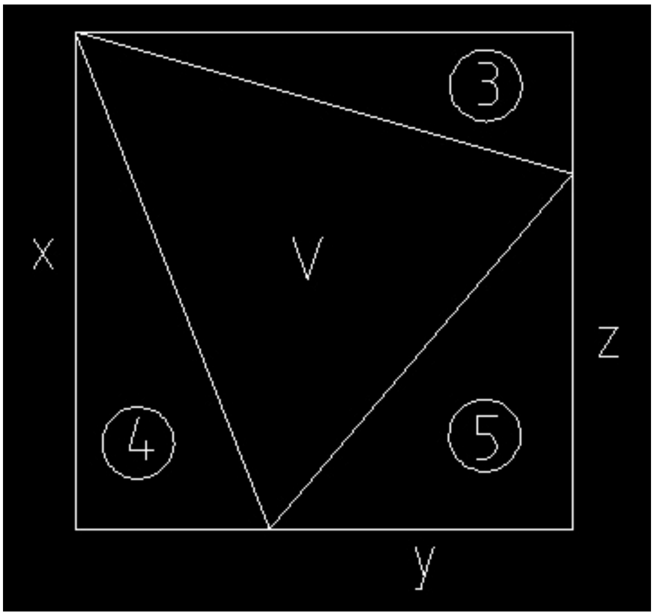



Fig. 1

SOLUCIÓN




Tomemos, según Fig. 2, como parámetro de los cálculos sucesivos que efectuaremos, al lado x del cuadrado, llamando z e y a los catetos del triángulo de área 5. Tendremos:

$$\left.\begin{array}{l} x(x-y)/2 = 4 \\ yz/2 = 5 \\ x(x-z)/2 = 3 \end{array}\right\}$$

Fig. 2

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - xy = 8 \\ yz = 10 \\ x^2 - xz = 6 \end{array}\right\} \quad (*)$$

Eliminando y:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - 10\, x / z = 8 \\ x^2 - xz = 6 \end{array}\right\}$$

Restando:

$- 10\,x / z + xz = 2$

$$\left.\begin{array}{l} x\,[z - (10 / z)] = 2 \\ x\,(x - z) = 6 \end{array}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} x\,(z^2 - 10) = 2z \\ x\,(x - z) = 6 \end{array}\right]$$

Dividiendo:

$(z^2 - 10) / (x - z)] = z / 3$

$3z^2 - 30 = zx - z^2$

$4z^2 - xz - 30 = 0$

En esta ecuación de segundo grado daremos valores al parámetro x para ver cómo evolucionan los resultados. Empezaremos por x = 10.

$4z^2 - 10z - 30 = 0$

$$z = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 + 480}}{8} = 4{,}2604$$

Vemos que con este valor de z y el de x adoptado, no se cumple (*). Hay que horquillar valores para x (resulta fácil). El mejor resultado se obtiene para x = 4,675; z = 3,3846; y = 2,9545, dando para V un área = 9,8556.